

Biologia i matematyka razem rozwiązują problemy otaczającego nas świata

dr Kinga Wierzbicka
doradca metodyczny

Jak wyzwania biologiczne to tylko z matematyką

Podjęcie wyzwań takich jak ratowanie ginących gatunków, wynalezienie skutecznych leków, zapobieganie chorobom, wymaga współpracy z naukowcami, m.in. z dziedziny matematyki. Mogą oni znaleźć wspólny język podczas:

- analizowania procesów biologicznych,
- przewidywania efektów różnych działań, w tym ingerencji człowieka w ekosystemy,
- proponowaniu i optymalizowaniu doświadczeń naukowych.

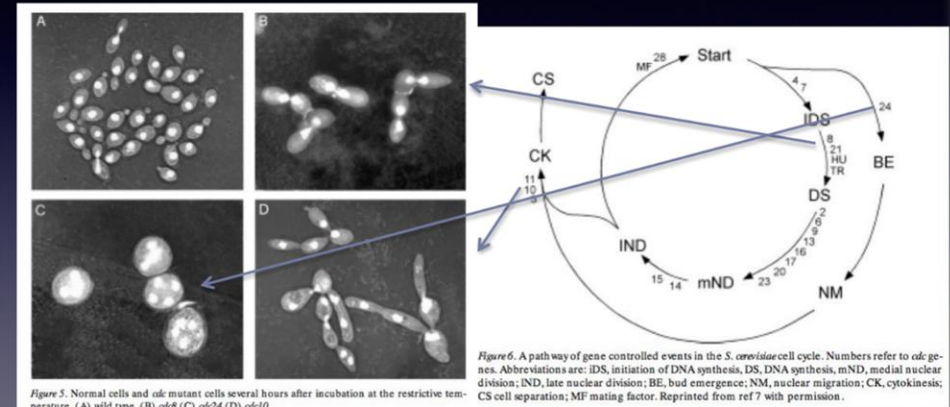
Modele matematyczne zrewolucjonizowały biologię

- Modele, które zrewolucjonizowały sposób myślenia o tym, co dzieje się w komórce, i te, które pokazały, że modelowanie matematyczne i symulacje komputerowe powinny stać się codziennymi narzędziami biologii.

np. model cyklu komórkowego u drożdży.

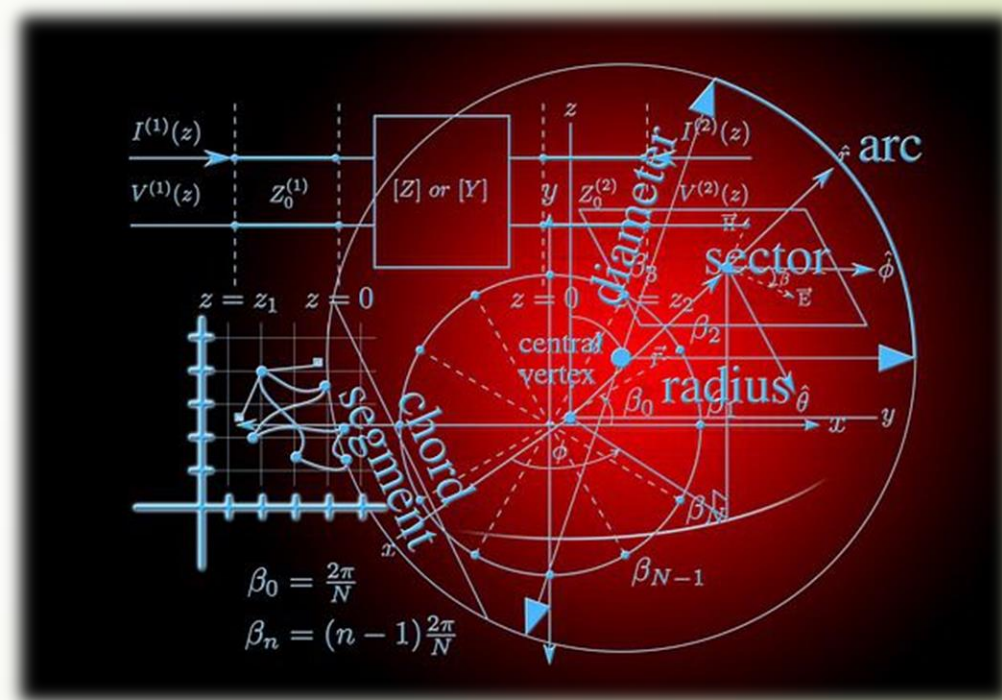
- Znaczenie modelowania matematycznego docenił Paul Nurse, który za odkrycie cyklu komórkowego otrzymał Nobla.

Mutanty *cdc* *S. cerevisiae*



Biomatematyka

- Dziś biomatematykę można wykorzystywać do opisu niemal wszystkich zjawisk.
- Dużo badań związanych jest np. z opisem skuteczności leków. Próbujemy w modelu jak najprościej ująć przebieg choroby, z uwzględnieniem specyficznego miejsca, na które działa lek.
- Dzięki takim modelom można zaproponować optymalny sposób podawania farmaceutyku - ustalić czy zmniejszać, czy zwiększać dawkę i jak rozkładać ją w czasie.



Modelowanie w inżynierii genetycznej bakterii i roślin



- Modelowanie ścieżek metabolicznych pomaga podjąć decyzję, które enzymy należy dodać, a które usunąć.
- Wytwarzanie substancji "na zamówienie".

Ile matematyki jest w biologii?

- Matematyka w naukach przyrodniczych stosowana jest jako bardzo użyteczny język.
- W biologii stosuje się te metody matematyczne, których używa się do opisu m. in. procesów biologicznych, podczas przeprowadzania doświadczeń.
- Biologia wymaga zupełnie nowych metod matematycznych dostosowanych do potrzeb tej złożoności, którą reprezentują układy biologiczne...

Matematyka - zagadnienia związane z biologią

Sekwencję liczb Fibonacciego (każda kolejna liczba ciągu jest sumą dwóch liczb poprzednich) można obserwować np. w charakterystycznych wzorach na szyszkach, karczochach czy zawiązkach ananasa.

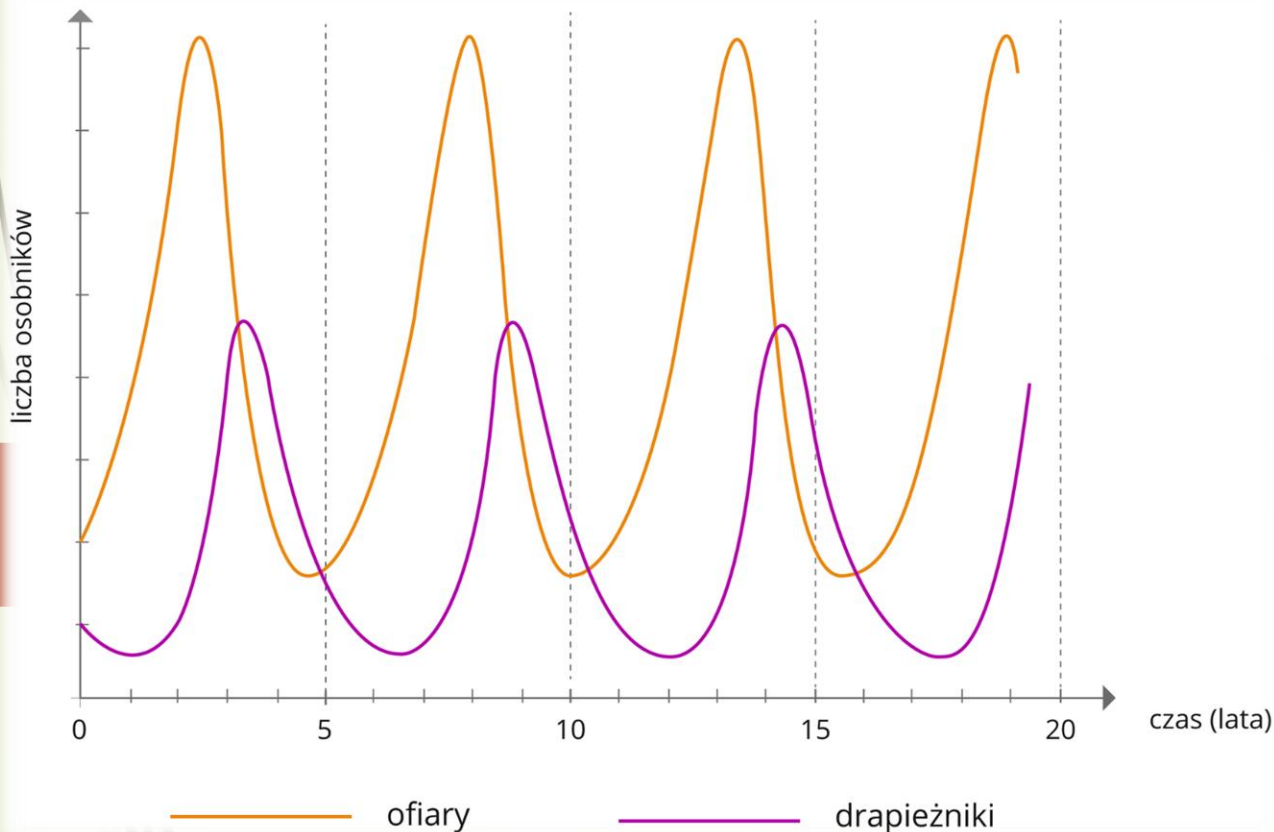


Złoty podział

- Podział odcinka na dwie części tak, by stosunek długości dłuższej części do krótszej był taki sam, jak całego odcinka do części dłuższej.
- Obserwowany jest w unerwieniu liści, w falach mózgowych.



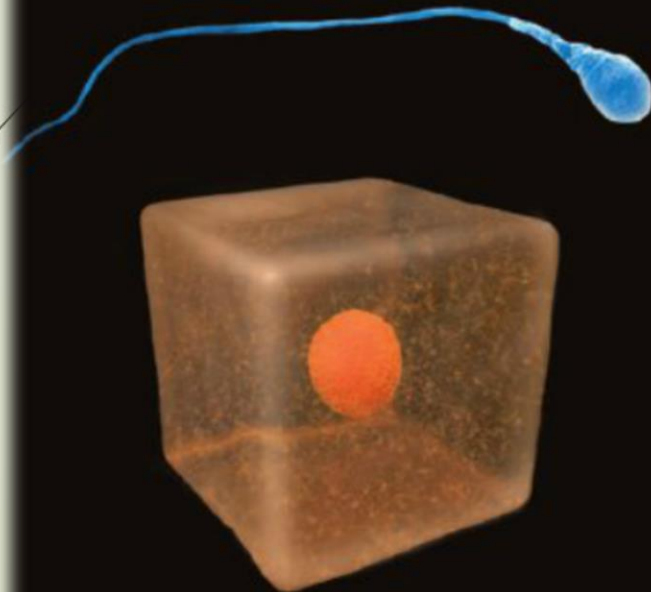
Interakcje między populacjami drapieżników i ofiar



- Rysie zjadają zajęce. Zajęcy wtedy ubywa, więc rysie nie mają co jeść i ich populacja maleje, wtedy zajęcy może zacząć przybywać.
- Bardzo prosty model matematyczny jest w stanie odwzorować te cykliczne zdarzenia.

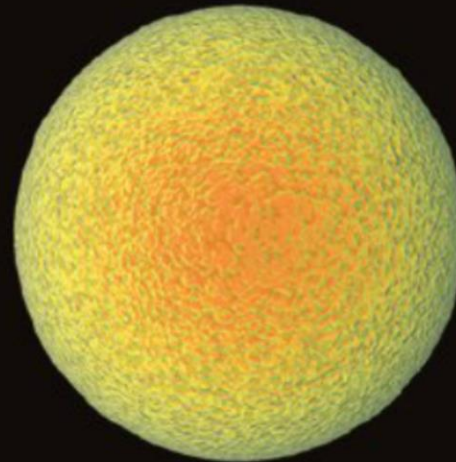
Różnorodność kształtów komórek

Komórki organizmów wielokomórkowych mają różne kształty w zależności od pełnionych funkcji. Jedne są regularne i wyglądem przypominają figury geometryczne, inne mają nieregularne kształty. U niektórych występują liczne wypustki.



Komórki nabłonka mają regularny kształt. Dzięki temu nie ma między nimi wolnych przestrzeni.

Męska komórka płciowa – plemnik – ma długą wic. Umożliwia ona plemnikowi dotarcie do żeńskiej komórki płciowej, czyli komórki jajowej.



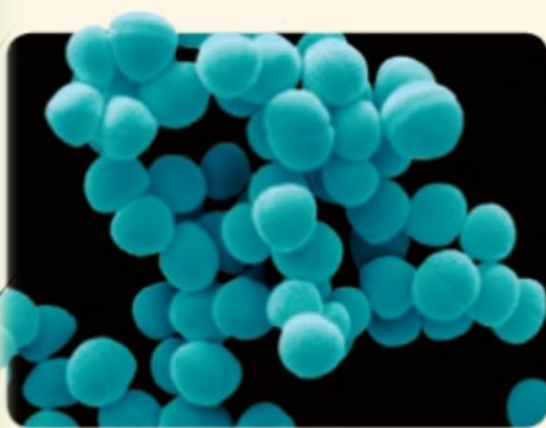
Komórka jajowa ma kształt kuli. Wypełniają ją substancje zapasowe, które umożliwiają rozwój organizmu potomnego.



Komórka nerwowa jest zaopatrzona w długie wypustki, którymi łączy się z innymi komórkami i przekazuje do nich impulsy nerwowe.

Jakie kształty mają bakterie?

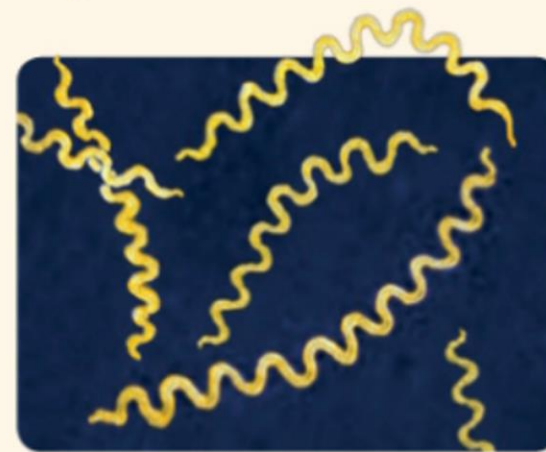
Ze względu na kształt komórki bakterie dzielimy na: kuliste, podłużne oraz spiralne. Formy kuliste bakterii mogą tworzyć skupiska.



↑ Bakterie kuliste.



↑ Bakterie podłużne.

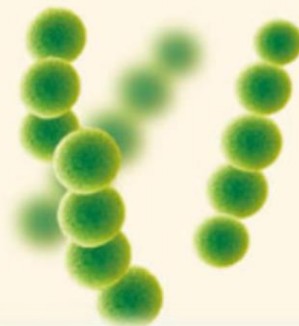


↑ Bakterie spiralne.

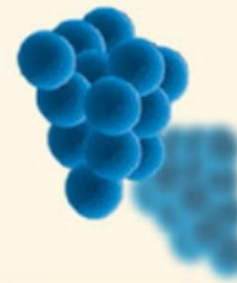
Skupiska form kulistych



Dwoinki.



Paciorkowce.



Gronkowce.

Doświadczenia i obserwacje biologiczne

Uczniowie uczą się wykorzystywania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym.



Obliczanie powiększenia obserwowanego obiektu

Na okularze i obiektywach są umieszczone znaki informujące o powiększeniu danej soczewki.

- 1** Odczytaj powiększenie na okularze.
- 2** Odczytaj powiększenie na obiektywie, przez który obserwujesz obiekt.
- 3** Pomnóż obydwie wartości, a uzyskasz powiększenie obserwowanego obiektu.

Zadanie: Okular powiększa obraz 10 razy, a obiektywy 5, 10 i 40 razy. Oblicz, jakie powiększenie uzyskasz w swoim mikroskopie.

Budowa mikroskopu



wikrometryczna
źródło

Adaptacja receptorów skóry do temperatury otoczenia

- **Problem badawczy:** Czy receptory ciepła i zimna znajdujące się w skórze wykazują zdolność adaptacji do temperatury otoczenia?
- **Hipoteza:** Receptory ciepła i zimna znajdujące się w skórze wykazują zdolność adaptacji do temperatury otoczenia.

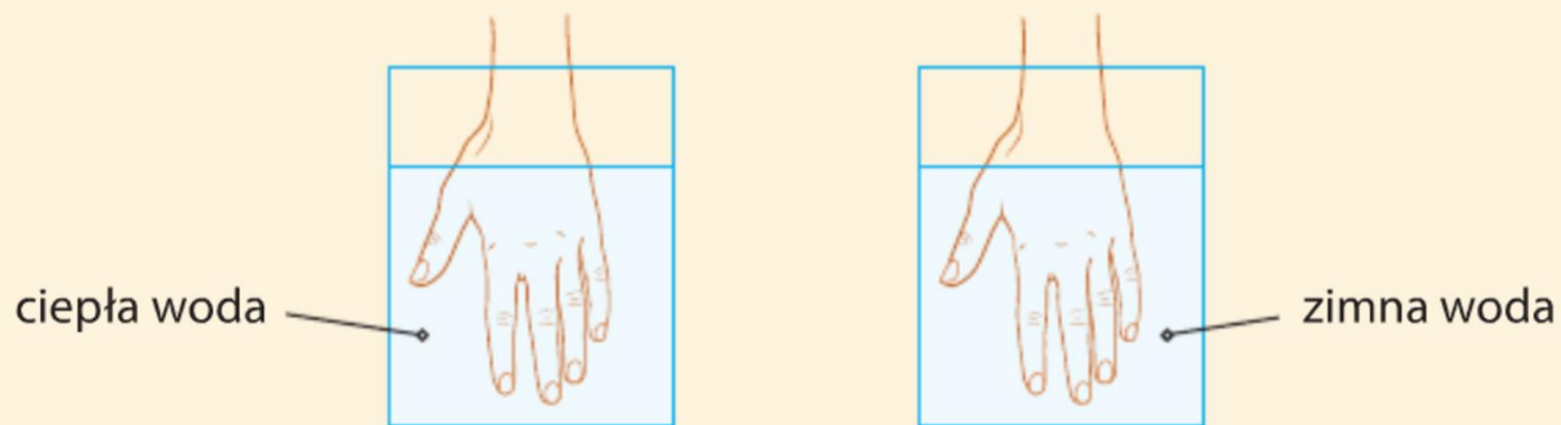
■ **Przebieg obserwacji:**

Przygotuj: dwa naczynia – jedno z ciepłą wodą, a drugie z zimną wodą oraz stoper.

1. Do pierwszego naczynia wlej ciepłą wodę. Włóż do niej dłoń i włącz stoper. W momencie, w którym poczujesz, że woda zrobiła się chłodna, wyłącz stoper i zapisz wynik w zeszycie.
2. Włóż do naczynia drugą dłoń i sprawdź, czy woda istotnie ostygła.
3. Następnie do drugiego naczynia wlej zimną wodę i powtórz te same czynności.

Sposób przeprowadzenia obserwacji





- **Wynik:** Uzyskane wyniki odpowiadają czasowi, w którym receptory ciepła oraz zimna znajdujące się w skórze adaptują się do temperatury otoczenia. Porównaj zapisane wyniki.
- **Wniosek:** Na podstawie wyników wyciągnij wniosek dotyczący adaptacji receptorów ciepła i zimna znajdujących się w skórze do temperatury otoczenia.

Badanie gęstości rozmieszczenia receptorów w skórze w wybranych częściach ciała

■ **Problem badawczy:** Czy receptory dotyku są rozmieszczone nierównomiernie w skórze różnych części ciała człowieka?

■ **Hipoteza:** Gęstość rozmieszczenia receptorów dotyku w wybranych miejscach skóry dłoni oraz na karku różni się.

■ **Przebieg obserwacji:**

Przygotuj: drut o długości około 10 cm (np. duży spinacz) i linijkę. Będziesz również potrzebował pomocy jednej osoby, na przykład kolegi lub koleżanki z klasy.

1. Zegnij drut na pół i rozstaw jego końcówki w odległości 6 cm. Następnie przyłóż do skóry na karku badanej osoby – najpierw jedną, a potem obie końcówki drutu.
2. Zmniejsz odległość między końcówkami i ponownie, w taki sam sposób, dotknij skóry badanej osoby.
3. Czynność powtarzaj do czasu, aż dotknięcie obiema końcówkami drutu będzie odczuwane jak jedną. Zapisz wynik.
4. Powtórz obserwację na skórze górnej strony dłoni oraz na opuszcze palca.
5. Oba wyniki zapisz w zeszycie.

Gęstość rozmieszczenia receptorów w skórze

Sposób przeprowadzenia obserwacji



- **Wynik:** Każda z trzech zapisanych przez Ciebie odległości między końcówkami drutu odpowiada odległości między receptorami dotyku w skórze. Porównaj zapisane wyniki.
- **Wniosek:** Na podstawie trzech zapisanych wyników wyciągnij wniosek dotyczący rozmieszczenia receptorów dotyku w skórze człowieka w różnych częściach jego ciała.

receptorom dotyku w skórze człowieka w różnych częściach jego ciała.

- **Wniosek:** Na podstawie trzech zapisanych wyników wyciągnij wniosek dotyczący rozmieszczenia

odległości między receptorami dotyku w skórze człowieka w różnych częściach jego ciała.

Jak mierzyć puls?

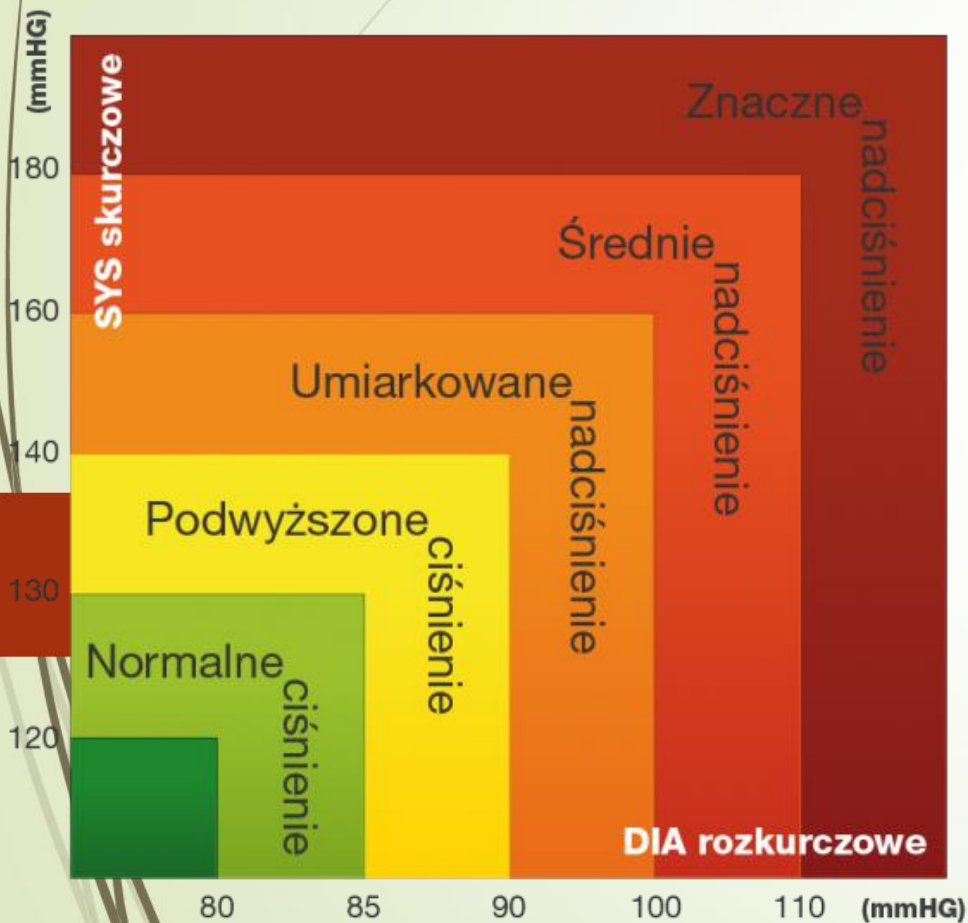


1. Palcem środkowym i wskazującym prawej dłoni uciśnij zagłębienie na szyi pod żuchwą (tętnica szyjna) lub nadgarstek (tętnica promieniowa); Uwaga: nie należy przykładać kciuka!

2. Jeśli wyczujesz tętno, włącz stoper i zacznij liczyć uderzenia;

3. Uzyskaną po 15 sekundach pomiaru liczbę pomnóż przez cztery - uzyskasz przybliżoną liczbę uderzeń na minutę.

Wartości ciśnienia krwi



Wartości prawidłowego pulsu

- **puls niemowląt** – ok. 130 uderzeń na minutę;
- **puls dzieci starszych** – ok. 100 uderzeń na minutę;
- **puls młodzieży** – ok. 85 uderzeń na minutę;
- **puls dorosłych** – ok. 70 uderzeń na minutę;
- **puls ludzi starszych** – ok. 60 uderzeń na minutę.

JAK OBLICZYĆ MAKSYMALNE TĘTNO?

POCZĄTKUJĄCY

$$T_{MAX} = 220 - \text{WIEK W LATACH}$$

BARDZO AKTYWNI

$$T_{MAX} = 220 - \text{WIEK W LATACH}/2$$

WYSPORTOWANI

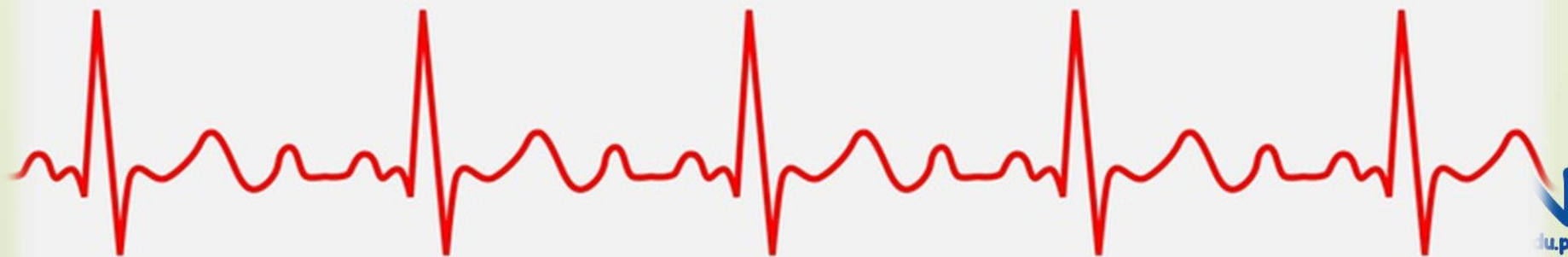
$$T_{MAX} = 210 - (\text{WIEK} \times 0,65)$$

KOBIETY

$$T_{MAX} = 210 - \frac{1}{2} \text{ WIEKU} - 5\% \text{ MASY CIAŁA W FUNTACH} + 0$$

MĘŻCZYŹNI

$$T_{MAX} = 210 - \frac{1}{2} \text{ WIEKU} - 5\% \text{ MASY CIAŁA W FUNTACH} + 4$$



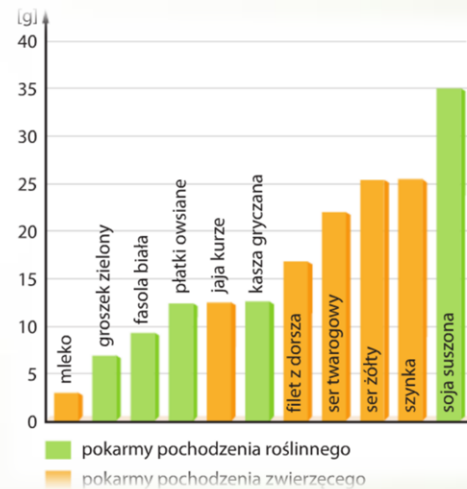
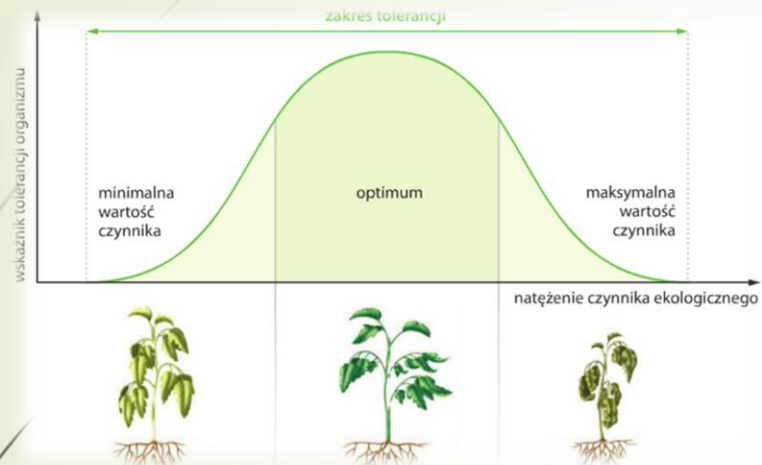
W liczbach

- W organizmie człowieka jest ponad 600 mięśni szkieletowych.
- Niektóre włókna mięśniowe mają do 30 cm długości.
- Najkrótsze włókna mięśniowe mają tylko milimetr długości.
- Mięśnie kobiet stanowią do 40% ciężaru ciała, a mężczyzn – niemal połowę masy ciała.

- Całkowita długość przewodu pokarmowego wynosi około 8 m.
- Jedna porcja pożywienia, od momentu połknięcia do wydalenia, przebywa w przewodzie pokarmowym około 20 godz.
- Wątroba dorosłego człowieka może ważyć od 1,5 do 2 kg.

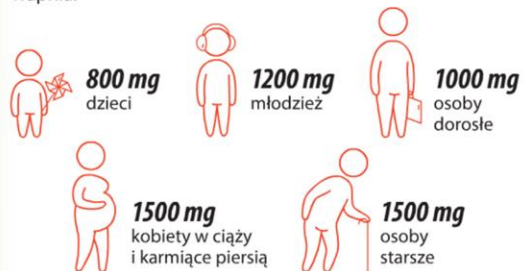
- Skóra dorosłego człowieka ma powierzchnię około 2 m².
- We fragmencie skóry o powierzchni 1 cm² znajduje się średnio 100 gruczołów łojowych.
- W całej skórze człowieka znajduje się 2–5 mln gruczołów potowych.
- Najwięcej włosów znajduje się na skórze głowy – około 300/cm². Na pozostałym obszarze jest ich około 10/cm².

Analiza danych



Wapń – niezbędny składnik kości

Aby nasze kości były twarde i wytrzymałe, powinniśmy dostarczać organizmowi odpowiedniej ilości związków wapnia.



Dzienne zapotrzebowanie na wapń u wybranych grup osób.

Źródła wapnia

Rodzaj pokarmu	Ilość wapnia [mg/100 g produktu]
ser żółty	900
sezam	600
soja	227
natka pietruszki	193
fasola	163
mleko	140

Matka jest homozygotą dominującą I^A

Wypisz gamety wytwarzane przez matkę i ojca.

Gamety matki ♀: I^A, I^A

Gamety ojca ♂: i, i

Narysuj tabelę, a następnie uzupełnij ją. Wpisz gamety rodziców oraz możliwe genotypy zygot powstałych z połączenia tych gamet.

♀ \ ♂	i	i
I ^A	I ^A i	I ^A i
I ^A	I ^A i	I ^A i

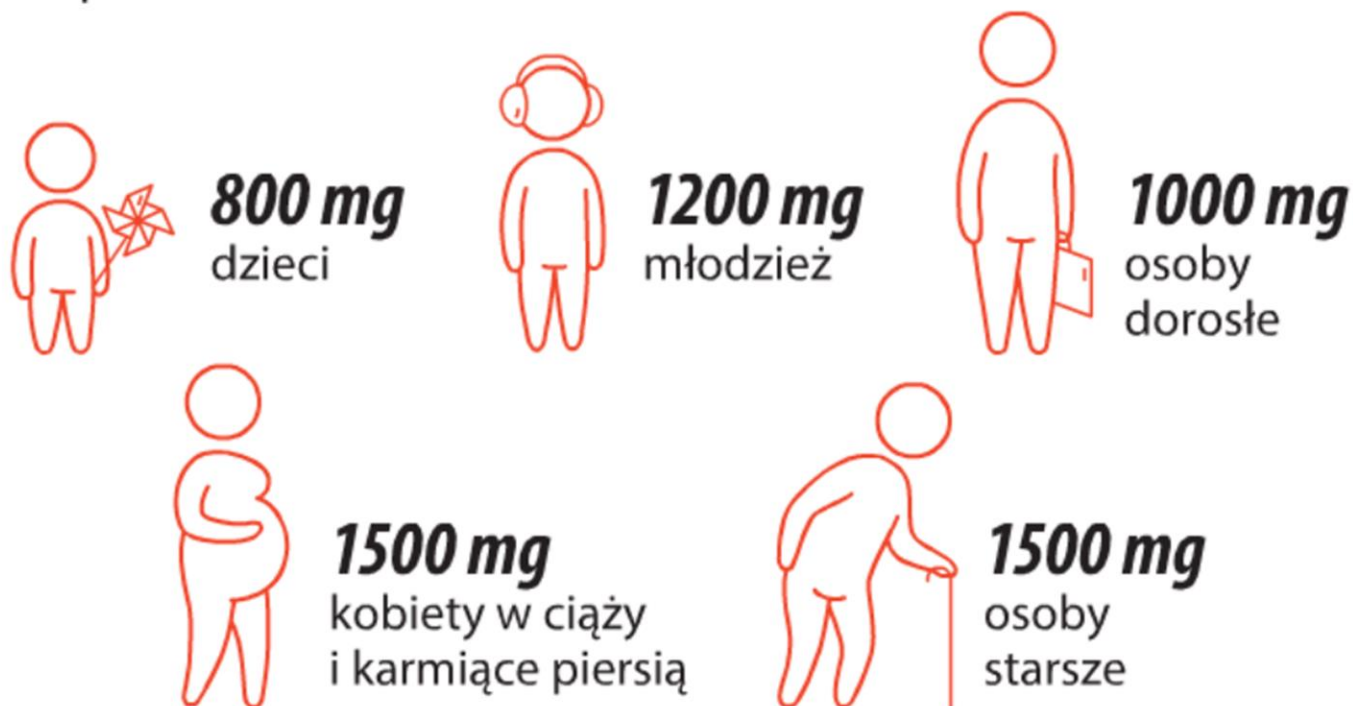
Zakreśl jednym kolorem genotypy dzieci, które miałyby grupę krwi A. Następnie zakreśl innym kolorem genotypy dzieci, które miałyby grupę krwi 0, jeśli takie występują.

♀ \ ♂	i	i
I ^A	I ^A i	I ^A i
I ^A	I ^A i	I ^A i

Widzisz teraz, że jeżeli matka jest homozygotą, może urodzić tylko dzieci z grupą krwi A, ponieważ allel I^A dominuje nad allelem i.

Wapń – niezbędny składnik kości

Aby nasze kości były twarde i wytrzymałe, powinniśmy dostarczać organizmowi odpowiedniej ilości związków wapnia.

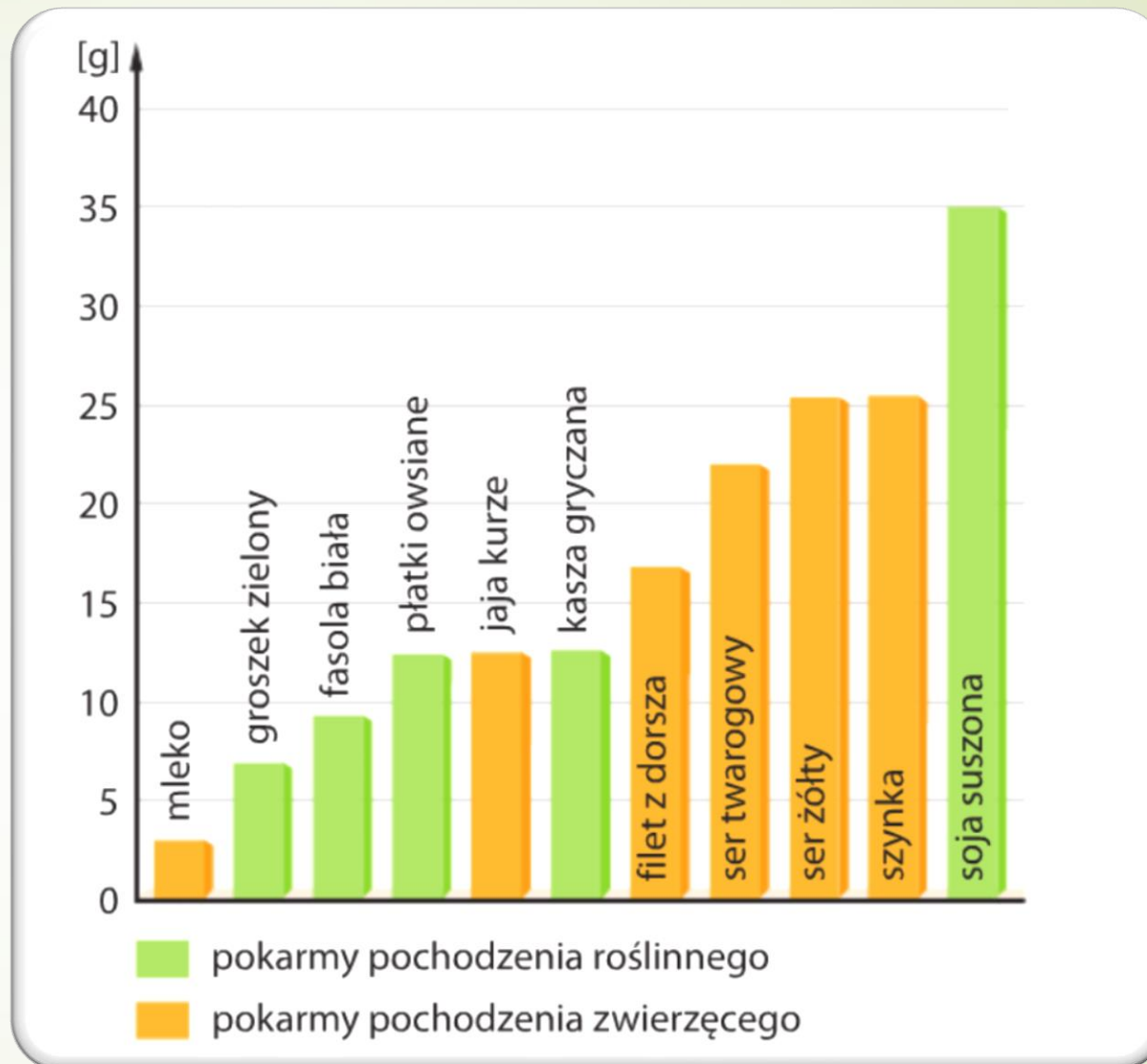


Dzienne zapotrzebowanie na wapń u wybranych grup osób.

Źródła wapnia

Rodzaj pokarmu	Ilość wapnia [mg/100 g produktu]
ser żółty	900
sezam	600
soja	227
natka pietruszki	193
fasola	163
mleko	140

Zawartość białek w 100g produktu



pokarmy pochodzenia zwierzęcego
pokarmy pochodzenia roślinnego

Dziedziczenie grup krwi

Matka jest homozygotą dominującą $I^A I^A$

Wypisz gamety wytwarzane przez matkę i ojca.

Gamety matki ♀: I^A, I^A

Gamety ojca ♂: i, i

Narysuj tabelę, a następnie uzupełnij ją. Wpisz gamety rodziców oraz możliwe genotypy zygot powstałych z połączenia tych gamet.

♀ \ ♂	i	i
I^A	$I^A i$	$I^A i$
I^A	$I^A i$	$I^A i$

Zakreśl jednym kolorem genotypy dzieci, które miałyby grupę krwi A. Następnie zakreśl innym kolorem genotypy dzieci, które miałyby grupę krwi 0, jeśli takie występują.

♀ \ ♂	i	i
I^A	$I^A i$	$I^A i$
I^A	$I^A i$	$I^A i$

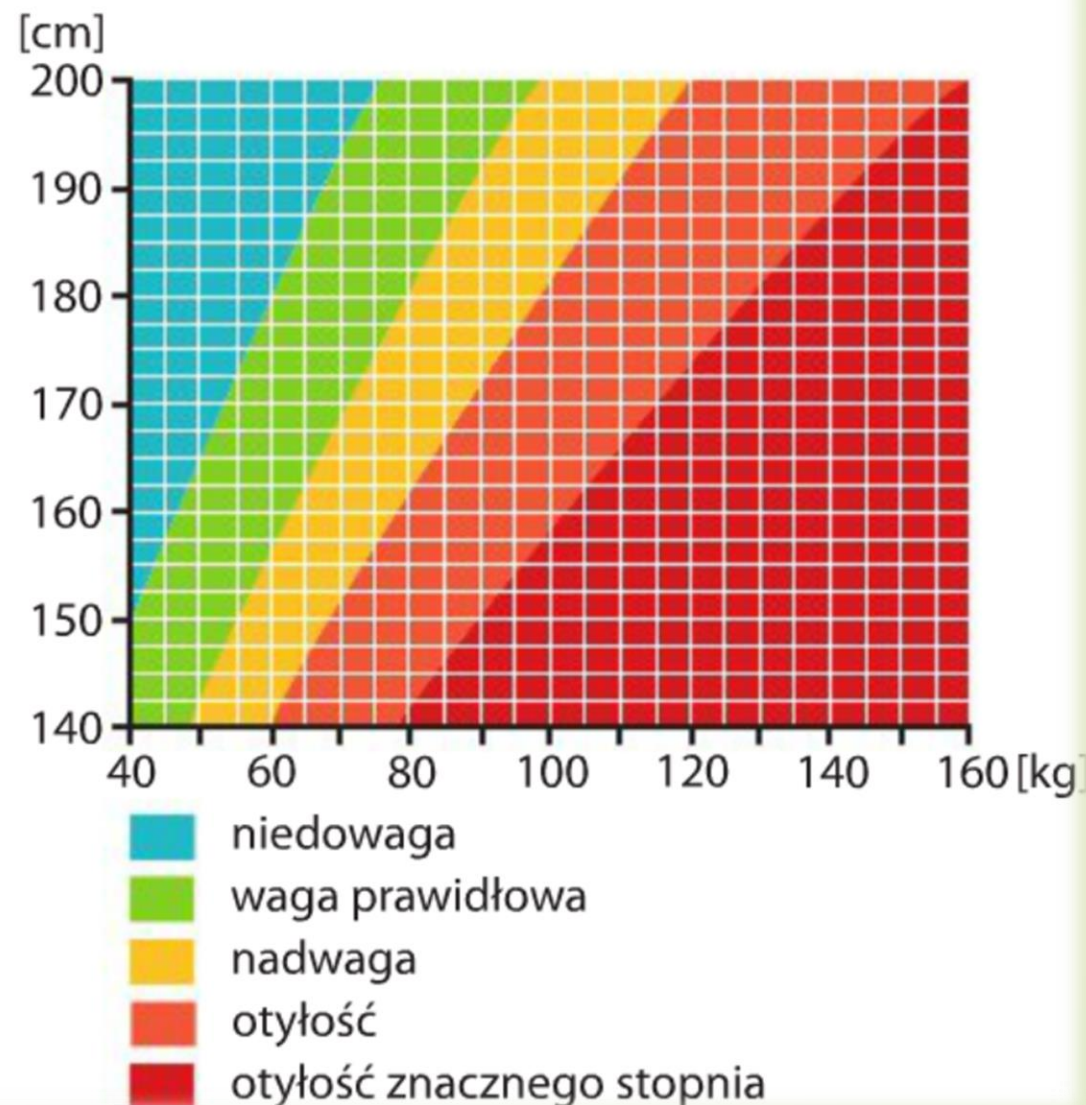
Widzisz teraz, że jeżeli matka jest homozygotą, może urodzić tylko dzieci z grupą krwi A, ponieważ allel I^A dominuje nad allelem i .

Wskaźnik masy ciała (BMI)

Wskaźnik masy ciała, czyli BMI, pokazuje zależność między masą ciała a wzrostem. Aby uzyskać wartość BMI, należy zastosować wzór:

$$\text{BMI} = \frac{\text{masa ciała w kg}}{(\text{wzrost w m})^2}$$

Gdy masa ciała jest prawidłowa, wartość BMI wynosi od 18,5 do 24,9. O nadwadze mówimy wtedy, gdy BMI przekracza 25, a jeśli wynosi powyżej 30, mamy już do czynienia z otyłością. BMI poniżej 18,5 wskazuje na niedowagę. Dane te dotyczą wyłącznie osób dorosłych, ponieważ u młodzieży wzrost ciała i przybieranie na wadze najczęściej następują nierównomiernie.



Literatura

- <http://naukawpolsce.pap.pl/aktualnosci/news%2C399872%2Cmatematyka-na-odsiecz-biologom-i-pacjentom.html>
- <https://wyborcza.pl/1,75400,2637188.html?disableRedirects=true>
- <http://biologiaolsztyn.blogspot.com/2013/03/biologia-jako-sposob-ksztacenia-waznych.html>
- https://www.igib.uw.edu.pl/files/3914/2713/9689/Organizmy_modelowe_drode_2.pdf
- <https://twoje-miasto.pl/art-kraj/matematyka-na-odsiecz-biologom-i-i29690>
- <https://www.rynekzdrowia.pl/Badania-i-rozwoj/Matematyka-na-odsiecz-biologom-i-pacjentom,139936,11.html>
- <https://pl.wikipedia.org>
- <https://pieknoumyslu.com/fale-mozgowe-delta-teta-alfa-beta-gamma/>
- <https://epodreczniki.pl/>
- <https://smartgym.club/blog/kiedy-i-dlaczego-warto-kontrolowac-tetno-podczas-treningu/>
- <https://biologiaucziesam.com/>
- <https://apteline.pl/artykuly/prawidlowy-puls-za-niski-puls-tetno-prawidlowe-tetno-soczynkowe-za-wysoki-puls>
- <https://medel.pl/wyniki-cisnienia>
- Podręcznik Nowa Era Puls życia



DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ

Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli
Ośrodek w Krakowie
31-131 Kraków, ul. Garbarska 1
Tel. (+48) 12 422 93 06

k.wierzbicka@mcdn.edu.pl
www.mcdn.edu.pl

