

Rozwijanie matematycznej aktywności uczniów

Agnieszka Kowalska (*IM UP, OK PTM*)

Konferencja: „**Nie muszę, ale chcę uczyć się matematyki**”

30.06.2021r.

Uczeń zdolny w szkole

Pytania /Bochniarz Grabowiec 2019/

- 1) czy obecność w klasie takiego dziecka jest dla nauczyciela wyzwaniem i motywacją do dalszej pracy, czy też problemem?
- 2) jaki faktycznie jest wkład szkoły w proces rozwoju dziecka zdolnego.

Uczeń zdolny w szkole

Pytania /Bochniarz Grabowiec 2019/

- 1) czy obecność w klasie takiego dziecka jest dla nauczyciela wyzwaniem i motywacją do dalszej pracy, czy też problemem?
- 2) jaki faktycznie jest wkład szkoły w proces rozwoju dziecka zdolnego.

Pytania o efektywną indywidualizację

Indywidualny program nauki?

Indywidualny tok nauki?

Wyniki badań

- › szkoły nie prowadzą w sposób świadomy i systematyczny identyfikacji zdolności uczniów;
- › nauczyciele interesują się przede wszystkim zdolnościami poznawczymi uczniów;
- › podstawowymi formami pracy z uczniem zdolnym są zajęcia pozalekcyjne, np. koła zainteresowań, oraz zajęcia organizowane w celu przygotowania do konkursów i olimpiad przedmiotowych;
- › spośród lekcyjnych form pracy z uczniem zdolnym najczęściej nauczyciele wykorzystują pracę indywidualną, polegającą na stawianiu mu wyższych wymagań przy opracowywaniu poszczególnych zagadnień, zadawaniu trudniejszych prac domowych oraz zmianie kryteriów oceny takich uczniów;
- › bardzo rzadko szkoły podejmują się indywidualnej pracy z uczniem poprzez indywidualny program i tok nauki.

/Bochnarz-Grabowiec 2019, Agnieszki Hłobił 2010, Teresy Gizy 2006, Małgorzaty Stańczak 2009/

4 postawy nauczyciela /Cieślikowska 2005/

- 1) Związana z niedostrzeganiem zdolności ucznia, wynikająca z niewiedzy nauczyciela i braku właściwej identyfikacji uzdolnień.
- 2) Przejawia się w ignorowaniu lub hamowaniu zdolności ucznia i spowodowana jest brakiem umiejętności pracy z takimi uczniami, braku akceptacji »odmienności« ucznia zdolnego.
- 3) Związana jest z nierozwijaniem zdolności uczniów przez nauczyciela z powodów obiektywnych.
- 4) Świadome rozwijanie zdolności ucznia dostosowane do jego możliwości i potrzeb rozwojowych

Rola nauczyciela w rozwoju uczniów zdolnych

- › U podstaw namysłów wielu badaczy nad problematyką nauczycieli uczniów zdolnych leży przekonanie, iż tylko nauczyciele, którzy sami są jednostkami zdolnymi, mogą skutecznie pracować z uczniami zdolnymi /Croft, 2003/.
- › nauczyciel ucznia zdolnego powinien być przygotowany merytorycznie i pedagogicznie, być nie tylko źródłem wiedzy, lecz także doradcą i towarzyszem ucznia w samodzielnym rozwiązywaniu przez niego problemów /Irena Borzym, 1979/

Rola nauczyciela w rozwoju uczniów zdolnych

- › Uczeń zdolny angażowany jest w jak największą liczbę różnego rodzaju konkursów, które niekoniecznie związane są bezpośrednio z jego zainteresowaniami i zdolnościami. /Beata Dyrda, 2013/
- › W potocznej opinii jednostki zdolne nie potrzebują żadnego wsparcia i pomocy, gdyż niezależnie od warunków środowiskowych i stopnia zaspokojenia ich szczególnych potrzeb edukacyjnych znakomicie poradzą sobie w szkole i w życiu oraz rozwiną swój talent. Tymczasem praktyka edukacyjna wyraźnie wskazuje na znaczenie nauczyciela w procesie rozwoju zdolności ucznia /Limont, Cieślukowska 2004/
- › Nauczyciele funkcjonujący w określonej kulturze odgrywają wiodącą rolę przewodników i łowców talentów, to od nich w dużej mierze zależy, czy potencjał danego ucznia zostanie w porę odpowiednio zdiagnozowany i podjęte zostaną działania wspierające rozwój takiej jednostki. /Beata Dyrda, 2013/



Małopolski Konkurs Prac Matematycznych

<https://towarzystwo.edu.pl/konkursy-1/#matematyczny>

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych	Laureaci Małopolskiego Konkursu Prac Matematycznych	Regulamin	Wskazówki dotyczące pisania pracy	Małopolska Sesja Matematyczna
MAŁOPOLSKI KONKURS PRAC MATEMATYCZNYCH dla młodzieży szkół ponadpodstawowych i podstawowych zakończony MAŁOPOLSKĄ SESJĄ MATEMATYCZNĄ Konkurs organizowany jest rokrocznie wspólnie z Oddziałem Krakowskim Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Celem konkursu jest popularyzacja matematyki wśród młodzieży szkolnej, a w szczególności rozwijanie umiejętności pisania i wypowiedzania się o matematyce. Nadsyłane na konkurs prace (pisane indywidualnie lub zbiorowo pod kierunkiem nauczyciela) oceniane będą przez pracowników naukowych Instytutu Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, Uniwersytetu Pedagogicznego oraz Akademii Górniczo – Hutniczej Jury przyznaje nagrody i wyróżnienia.				

π

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021
Emilia Proszkiewicz, klasa 7,
opiekun: mgr Mariola Jurkowska



Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021

Emilia Proszkiewicz, klasa 7, opiekun: mgr Mariola Jurkowska

Na zajęciach dodatkowych spotkałam się z bardzo ciekawym problemem o nazwie „**Cztery czwórki**”

Zadanie polegało na tym, że należało wyrazić kolejne liczby naturalne od 0 do pewnej ustalonej liczby, stosując w zapisie jedynie cztery czwórki i dowolne wyrażenia arytmetyczne. W każdym zapisie trzeba było użyć cyfry 4 dokładnie cztery razy. Można było także używać dowolnych symboli matematycznych, o ile nie wiązało się to z wykorzystaniem w zapisie innej cyfry niż 4 lub nadmiarowej czwórki.

1. $4-4+\frac{4}{4}$	11. $\frac{4!}{\sqrt{4}}-\frac{4}{4}$	21. $4!-4+\frac{4}{4}$
2. $\frac{4}{4}+\frac{4}{4}$	12. $4\times 4-\sqrt{4}-\sqrt{4}$	22. $4!-4+4-\sqrt{4}$
3. $\sqrt{4}+\sqrt{4}-\frac{4}{4}$	13. $\frac{4!}{\sqrt{4}}+\frac{4}{4}$	23. $4!-\sqrt{4}+\frac{4}{4}$
4. $4+4-\sqrt{4}-\sqrt{4}$	14. $4+4+4-\sqrt{4}$	24. $4\times 4+4+4$
5. $\sqrt{4}+\sqrt{4}+\frac{4}{4}$	15. $4\times 4-\frac{4}{4}$	25. $4!+\sqrt{4}-\frac{4}{4}$
6. $4+4-4+\sqrt{4}$	16. $4+4+4+4$	26. $4!+4-4+\sqrt{4}$
7. $4+\sqrt{4}+\frac{4}{4}$	17. $4\times 4+\frac{4}{4}$	27. $4!+\sqrt{4}+\frac{4}{4}$
8. $4+4+4-4$	18. $\frac{4!}{\sqrt{4}}+4+\sqrt{4}$	28. $4!+4+4-4$
9. $4+4+\frac{4}{4}$	19. $4!-4-\frac{4}{4}$	29. $4!+4+\frac{4}{4}$
10. $4\times 4-4-\sqrt{4}$	20. $\frac{4}{.4}+\frac{4}{.4}$	30. $4!+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}$

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021

Emilia Proszkiewicz, klasa 7,
opiekun: mgr Mariola Jurkowska

W różnych wersjach „Czterech czwórek”, dopuszcza się różny zakres symboli, które można stosować w rozwiązaniu zadania. Zasadniczo w większości odmian dopuszcza się stosowanie:

- symboli dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia;
- nawiasów;
- pierwiastka kwadratowego;
- czwartej potęgi;
- liczb wielocyfrowych, do zapisu których cyfrę 4 wykorzystano co najwyżej cztery razy;
- symbolu procenta.

David A. Wheeler w 2002 r. podał swoje rozwiązanie problemu Four fours wskazując sposób wyrażenia każdej liczby naturalnej od 0 do 40 000!!!

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021

Emilia Proszkiewicz, klasa 7,
opiekun: mgr Mariola Jurkowska

zauważyłam, że wiele liczb naturalnych potrafię wyrazić na kilka różnych sposobów.

0	$= 4 + 4 - 4 - 4 = 44 - 44 = 4\log_4 4 - 4 = \sqrt{4} + \sqrt{4} - \sqrt{4} - \sqrt{4}$ $= (4 - \sqrt{4}) \cdot \sqrt{4} - 4 = \log_4(\log_4 4)^4$
1	$= \frac{44}{44} = \log_{44} 44 = \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} = \left[[\sqrt{44} - 4]; \sqrt{4} \right] = \log_4 4 : \log_4 4 = \lceil 4,4 \rceil : \lceil 4,4 \rceil$
18	$= 44 : \sqrt{4} - 4 = \left(4!! + \frac{4}{4} \right) \cdot \sqrt{4} = \lceil \sqrt{444} \rceil - 4 = \lceil 4,4 \rceil \cdot 4 - \sqrt{4}$

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021
Emilia Proszkiewicz, klasa 7,
opiekun: mgr Mariola Jurkowska

Dowiedziałam się także, że istnieją różne wersje tego problemu. W niektórych w zapisie dozwolona jest dowolna liczba czwórek. W innych, należy **zapisać każdą liczbę naturalną za pomocą trzech trójek albo pięciu piątek**. Jedną z trudniejszych moim zdaniem wersji tego problemu wymaga **przedstawienia kolejnych liczb naturalnych za pomocą konkretnych, wskazanych w zadaniu czterech cyfr, które mają być wykorzystane w takiej kolejności, w jakiej zostały podane**.

Williamson (1985) przedstawiła każdą z liczb naturalnych od 0 do 100 wykorzystując użyte w dowolnej kolejności wszystkie cyfry występujące w liczbie oznaczającej rok 1985.

Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021

Emilia Proszkiewicz, klasa 7,
opiekun: mgr Mariola Jurkowska

W moim zadaniu wykorzystam cyfry 2, 0, 2 oraz 1 i dodatkowo będę ich używać dokładnie w takiej kolejności w jakiej występują w liczbie 2021. Odrzucam natomiast jakiegokolwiek ograniczenia dotyczące symboli czy działań, które będę stosować.

19.	$19 = -2 + 0 + 21$
20	$20 = [\sqrt{20}] \cdot \lceil \sqrt{21} \rceil$
21.	$21 = ((2 + 0 + 2 - 1)!)^?$
22.	$22 = 2^0 + 21$
23.	$23 = 20 + 2 + 1$
24.	$24 = 20 + \lceil \sqrt{21} \rceil$
25.	$25 = \lceil \sqrt{20} \rceil \cdot \lceil \sqrt{21} \rceil$
26.	$26 = \lceil \sqrt{20} \rceil! + 2 \cdot 1$
27.	$27 = \lceil \sqrt{20} \rceil! + 2 + 1$
28.	$28 = \lceil 20 : (2 + 1) \rceil^?$
29.	$29 = (2 + 0! + 2)\# - 1$
30.	$30 = (2 + 0 + 2 + 1)\#$

0.	$0 = 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 1$
1.	$1 = 2 \cdot 0 \cdot 2 + 1$
2.	$2 = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1$
3.	$3 = \lceil \sqrt{20} \rceil! - 21$
4.	$4 = 2 - 0 + 2 \cdot 1$
5.	$5 = 2 + 0 + 2 + 1$
6.	$6 = \lceil 20 : (2 + 1) \rceil$
7.	$7 = \lceil 20 : (2 + 1) \rceil$
8.	$8 = \lceil \sqrt{20} \rceil + 2 + 1$
9.	$9 = 20 : 2 - 1$
10.	$10 = 20 : 2^1$
11.	$11 = -20?? + 21??$
12.	$12 = \lceil \sqrt{20} \rceil \cdot (2 + 1)$
13.	$13 = \lceil \sqrt{202} \rceil - 1$
14.	$14 = \lceil \sqrt{202} \rceil \cdot 1$
15.	$15 = \lceil \sqrt{20} \rceil \cdot (2 + 1)$
16.	$16 = \lceil \sqrt{20} \rceil \cdot \lceil \sqrt{21} \rceil$
17	$17 = \lceil \sqrt{20} \rceil^2 + 1$
18.	$18 = 20 - 2 \cdot 1$



Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021
Magdalena Bachleda-Żarska, klasa 8

Twierdzenie Napoleona:

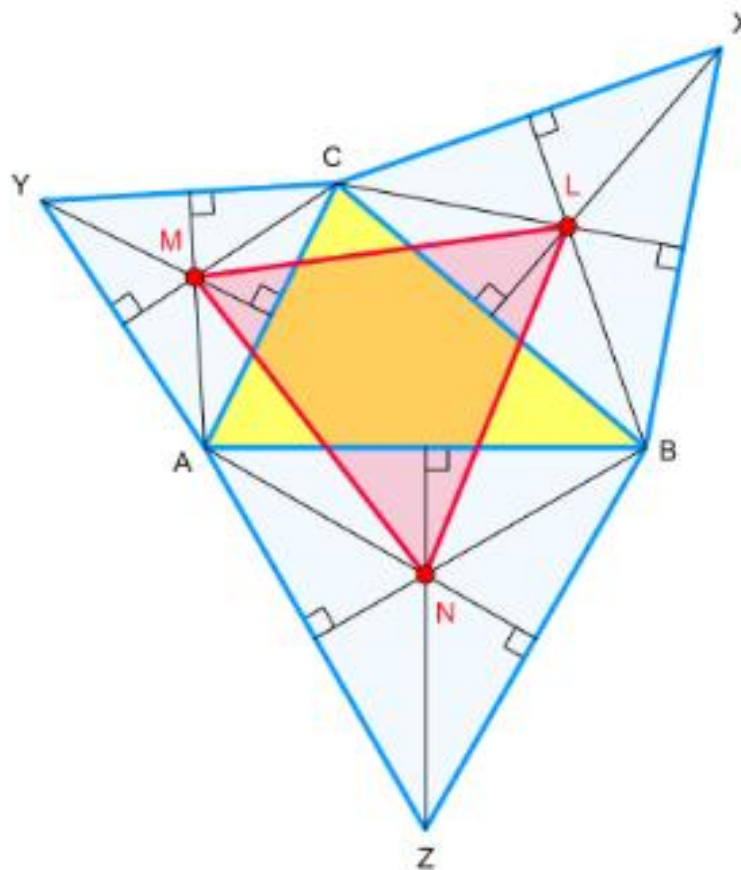
Ortocentra trójkątów równobocznych zbudowanych na bokach dowolnego trójkąta są wierzchołkami trójkąta równobocznego.

TRZY BOKI...

TRZY KĄTY...

CZYLI...

TRÓJKĄTY !!!

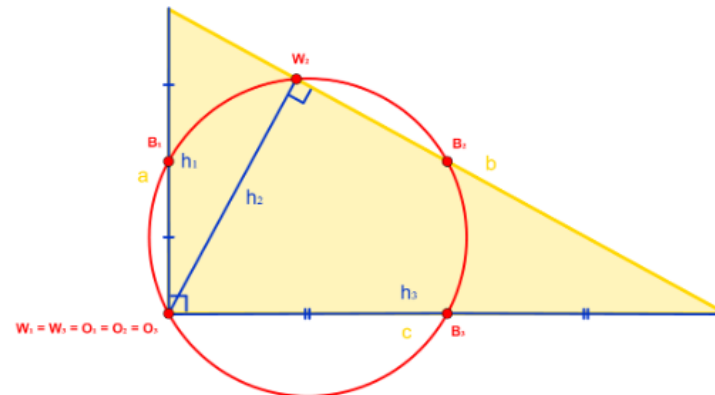
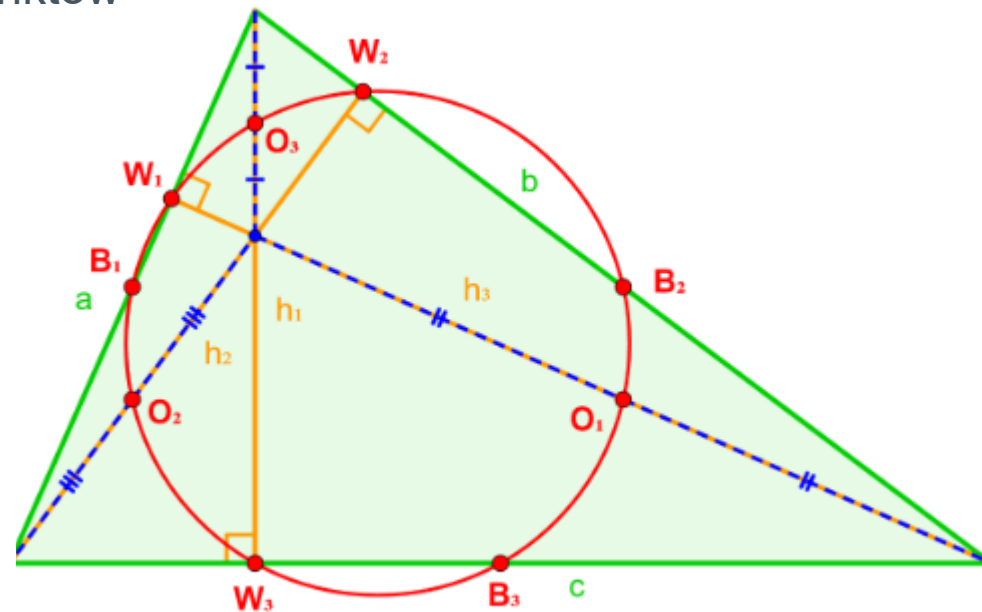
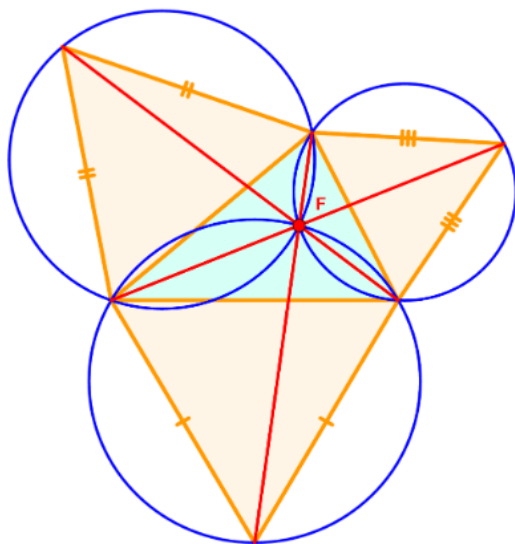
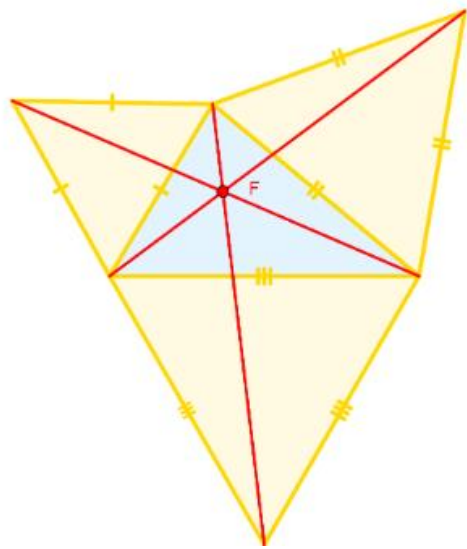


Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021

Magdalena Bachleda-Żarska, klasa 8

Okrąg 9 punktów

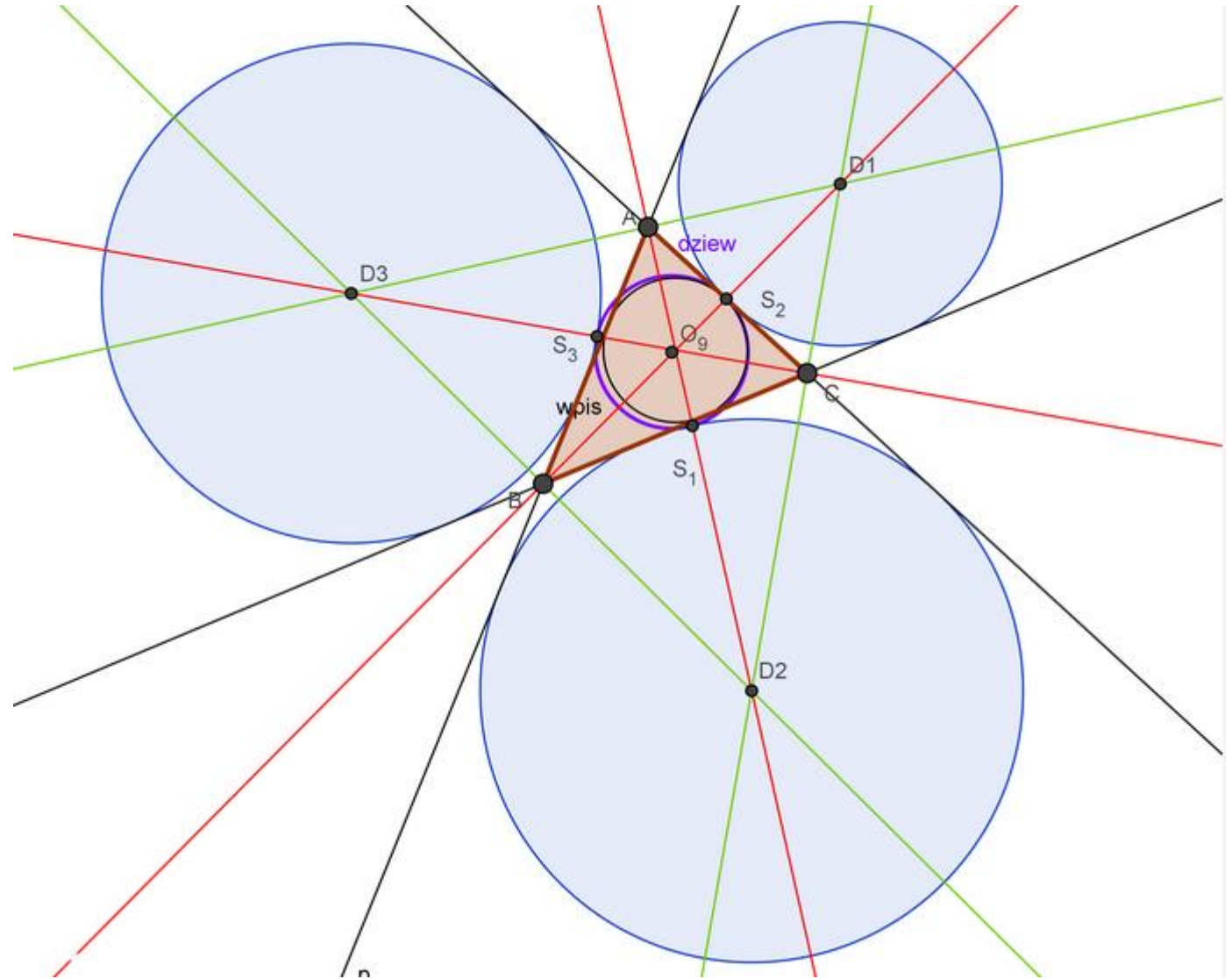
Punkt Fermata - punkt w trójkącie, którego suma odległości od wierzchołków trójkąta jest najmniejsza z możliwych



Można więcej...

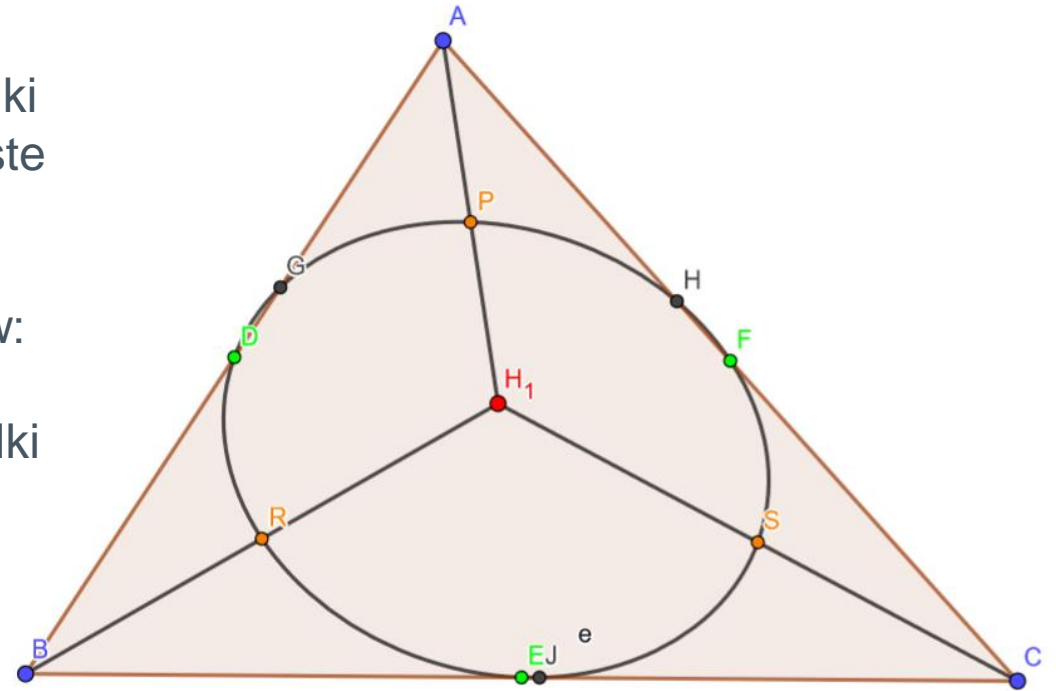
Twierdzenie Feuerbacha

Niech trójkąt ABC będzie dowolnym trójkątem. Wówczas okrąg dziewięciu punktów jest styczny wewnętrznie do okręgu wpisanego w ten trójkąt i jest styczny zewnętrznie do okręgów dopisanych.



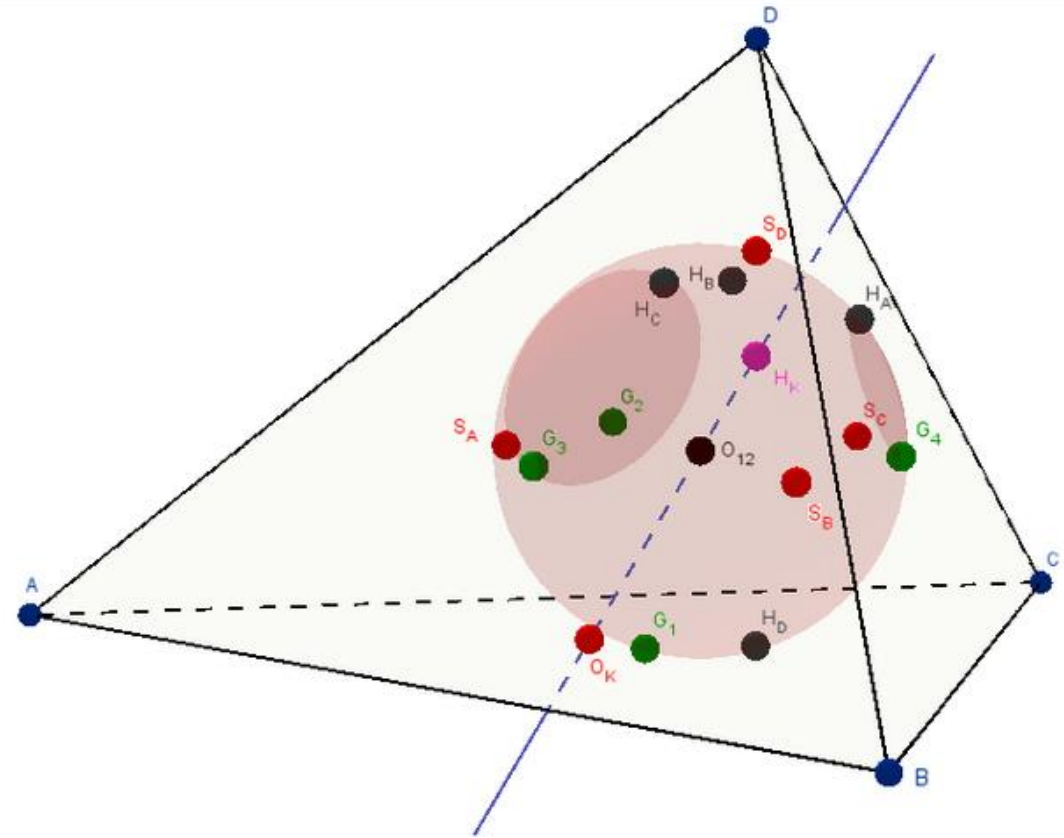
Uogólnienia...

Jeśli zamiast wysokości trójkąta weźmiemy dowolne 3 odcinki, które przecinają się w jednym punkcie (proste zawierające te odcinki przecinają się w jednym punkcie tak jak proste zawierające wysokości) i których jednym z końców są 3 różne wierzchołki trójkąta to możemy rozważać następujące 9 punktów: środki boków trójkąta, spodki tych trzech prostych (zamiast spodków wysokości), środki odcinków łączących punkt przecięcia tych prostych z wierzchołkami. Okazuje się, że przez te 9 punktów przechodzi dokładnie jedna krzywa stożkowa zwana *krzywą dziewięciu punktów*.



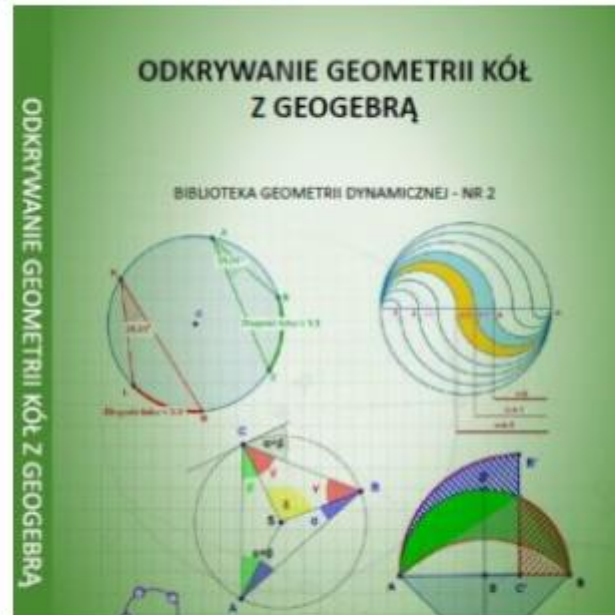
Uogólnienia...

- A,B,C,D - wierzchołki czworościanu
- G_1, G_2, G_3, G_4 - środki ciężkości trójkątów odpowiednio ABC, ACD, ABD, BCD
- S_A, S_B, S_C, S_D - punkty, które dzielą w stosunku 2:1 odcinki łączące wierzchołki A,B,C,D z ortocentrum.
- H_A, H_B, H_C, H_D - spodki wysokości poprowadzonych odpowiednio z punktów A,B,C,D
- H_K - ortocentrum czworościanu
- O_K - środek kuli opisanej na czworościanie
- O_{12} - środek sfery dwunastu punktów

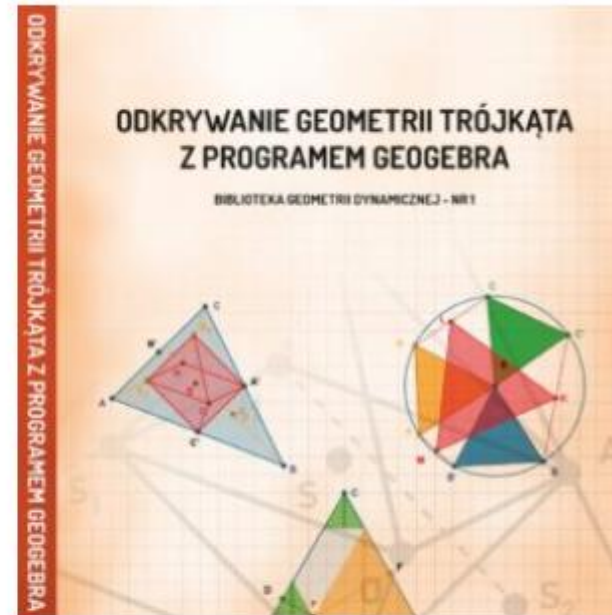


π

Jeszcze więcej o trójkątach i nie tylko...



**ODKRYWANIE GEOMETRII
KÓŁ Z PROGRAMEM
GEOGEBRA**



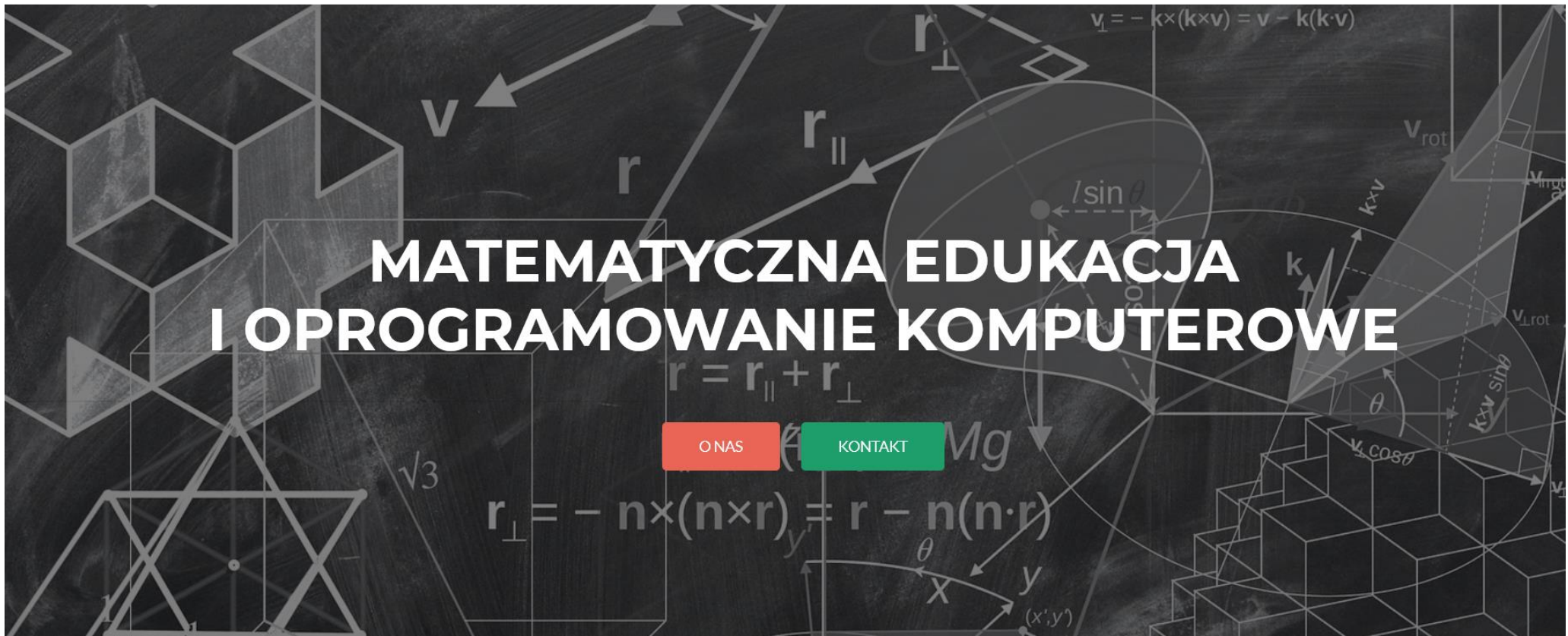
**ODKRYWANIE GEOMETRII
TRÓJKĄTA Z PROGRAMEM
GEOGEBRA**

Dr Bronisław Pabich

Zapraszam nauczycieli na KURS GEOGEBRY w MCDN w Krakowie w dniach 12 oraz 26 II 2020 r [kliknij tutaj](#)

MATH-COMP-EDUC

Publikacje ▾ Artykuły ▾ Hobby ▾ Wykłady i kursy Sprzedaż Cabri Cabri.pl Kontakt Sklep ▾



MATEMATYCZNA EDUKACJA I OPROGRAMOWANIE KOMPUTEROWE

O NAS

KONTAKT

<https://math-comp-educ.pl/cykloidy-wielokatne/>

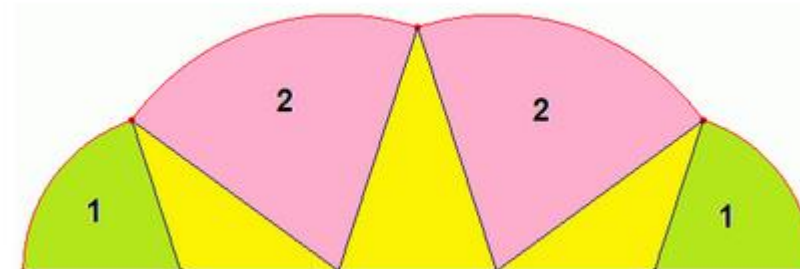
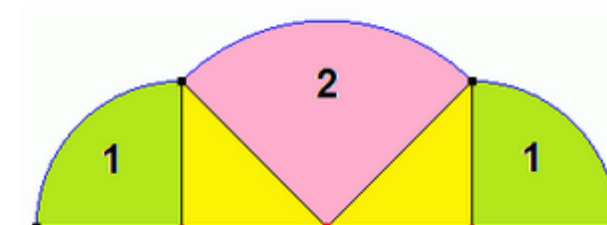
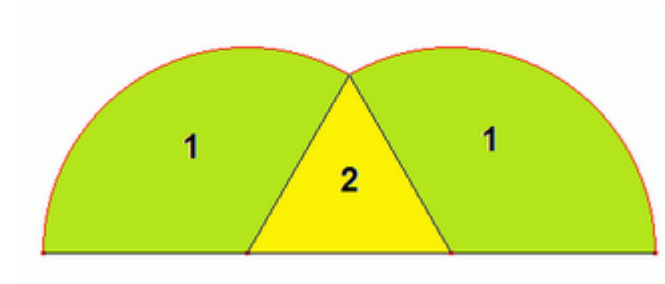
Cykloidy wielokątne (polygonal cycloids)

Posted on 25 sierpnia, 2018



to krzywe, które wykreśla wierzchołek
obracającego się po prostej
wielokąta

Dr Bronisław Pabich



Małopolski Konkurs Prac Matematycznych edycja 2021

Michał Dobranowski, I LO

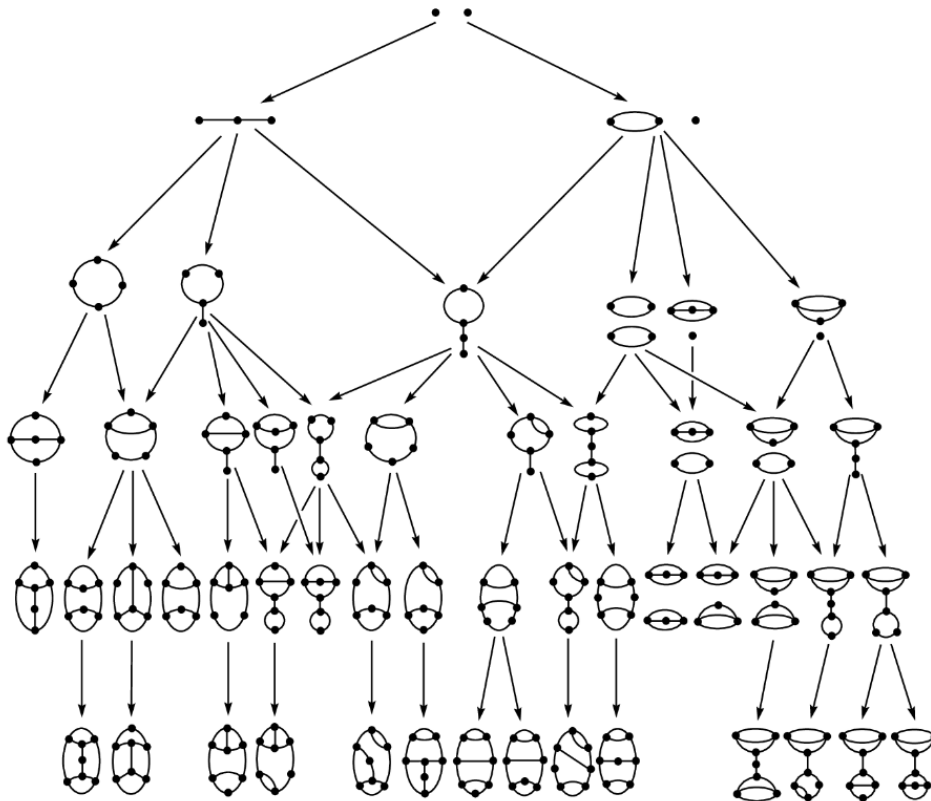
Sprouts to gra wymyślona w latach sześćdziesiątych XX wieku przez J. Conwaya oraz M. Patersona na University of Cambridge. Chcieli oni stworzyć grę, która ma jak najprostsze zasady i jednocześnie jest bardzo trudna w analizie.

Grę zaczyna się od n kropek. Każdy ruch polega na narysowaniu linii łączącej dwie kropki (możliwa jest też pętelka na jednej kropce) oraz kolejnej kropki na tej linii. Linia nie może przecinać innej linii oraz z każdej kropki mogą wychodzić co najwyżej trzy linie (pętelka liczy się jako dwie). Gracz, który nie może wykonać ruchu, przegrywa.

Twierdzenie 1. Dla n początkowych kropek, liczba ruchów m w każdej grze Sprouts spełnia nierówność $2n \leq m \leq 3n - 1$.

Strategia wygrywająca

W wyniku zakładu między J. Conwayem a D. Mollisonem, ten drugi, w ciągu miesiąca, tworzył 47-stronicową analizę gry sześciokropkowej. Powstały też oczywiście analizy dla gier $n = 3, 4, 5$. Jak pokazuje Tabela 1, za każdym razem dla któregoś z graczy istniała strategia wygrywająca.

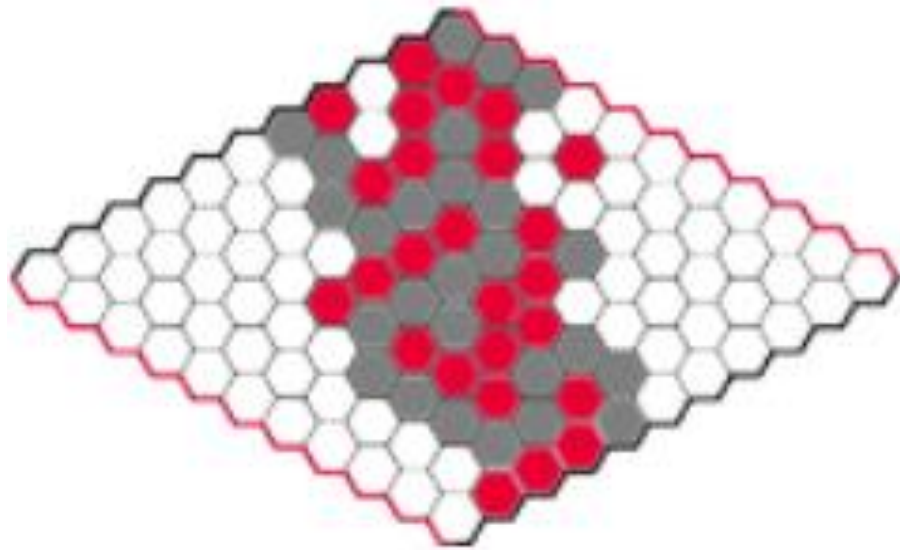


n	1	2	3	4	5	6
gracz A			✓	✓	✓	
gracz B	✓	✓				✓

Tabela 1: Istnienie strategii wygrywającej dla gracza w n -kropkowej grze.

Hipoteza 1 (Sprouts Conjecture). Istnieje strategia wygrywająca dla pierwszego gracza wtedy i tylko wtedy, gdy liczba początkowych kropek n przystaje do 3, 4 lub 5 modulo 6. W przeciwnym razie istnieje strategia wygrywająca dla drugiego gracza.

Gra Hex



Gra jest przeznaczona dla dwóch osób, grana na planszy w kształcie rombu z sześciokątnymi polami. Wymiary planszy zwykle wynoszą 11 na 11 pól. Gracze wykonują na przemian ruchy, polegające na stawianiu na wolnych polach planszy żetonów w swoich kolorach. Celem gry jest połączenie dwóch przeciwległych fragmentów planszy ciągiem sąsiednich żetonów jednego koloru. Wygrywa ten z graczy, który ułoży taki ciąg jako pierwszy. Często stosuje się dodatkową zasadę, że gracz wykonujący ruch jako drugi w pierwszym swoim ruchu zamiast położyć swój kamień na wolnym polu może 'przejąć' kamień przeciwnika, tzn. zamienić jego kamień na swój

π

Matematyka w grach

Teoria gier



Koło Matematyków Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie



Witaj na stronie Koła Matematyków Uniwersytetu Pedagogicznego!



Nasze adresy mailowe:
kolomat@up.krakow.pl
kolomatematykow.up@gmail.com

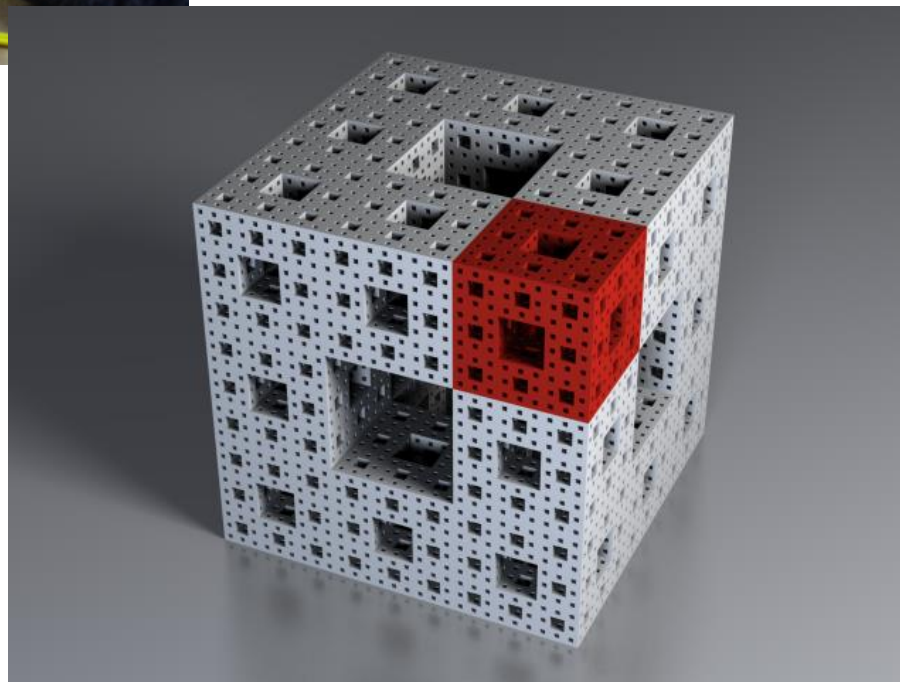
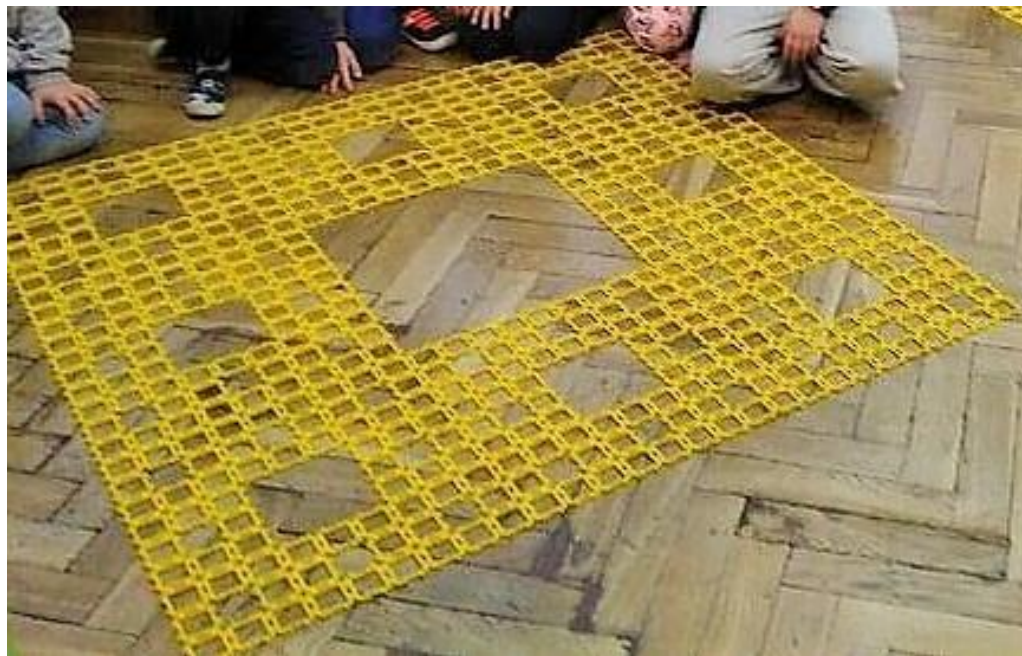
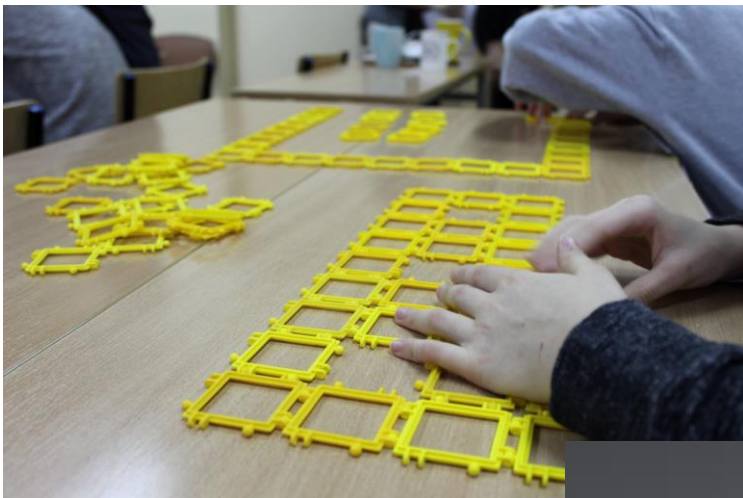
<https://www.facebook.com/kolomatematykowup>

Ważnym aspektem naszej działalności jest również popularyzacja matematyki wśród studentów oraz młodzieży szkolnej.

Naszym głównym celem jest popularyzacja przyjemniejszej, ciekawszej i intrygującej matematyki wśród studentów oraz młodzieży szkolnej.

π

Fraktale



Kostka Mengera – zdjęcie z Wikipedii

π

Fraktal na stulecie

[2019]!**JUBILEUSZOWY
ROK MATEMATYKI**

JRM 2019 ▾ ZJAZD ROK MATEMATYKI W SENACIE RP ▾ WYDARZENIA ▾
KONFERENCJA W SENACIE RP ▾ FRAKTAL NA 100-LECIE ▾ KONKURSY ▾
DZIEŃ LICZBY PI ▾ KONFERENCJE ▾ 100 LAT TEMU W KRAKOWIE
CIEKAWOSTKI TABLICA PAMIĄTKOWA KONTAKT



Strona Główna » Fraktal na 100-lecie » Trójkąt Sierpińskiego

Trójkąt Sierpińskiego

Karol Gryszka

W geometrii klasycznej pojęcie figury jest dobrze ugruntowane. Każdy z Nas potrafi rozpoznać niektóre z podstawowych figur płaskich, takie jak: kwadraty, trójkąty, trapezy, okręgi i wiele innych. Figury takie są proste do opisanego lub zdefiniowania przy pomocy języka

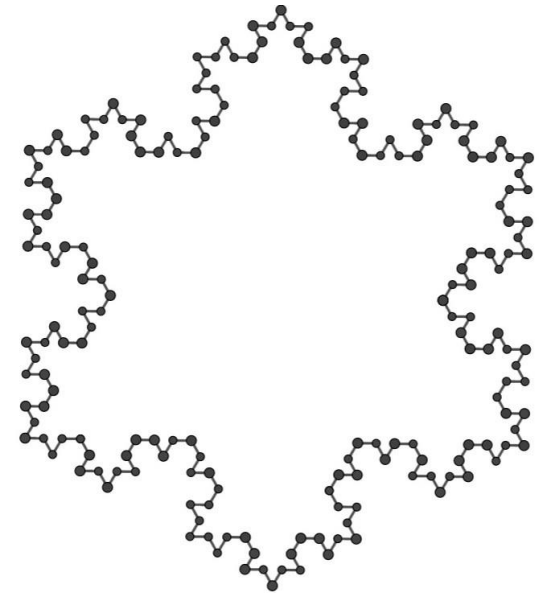
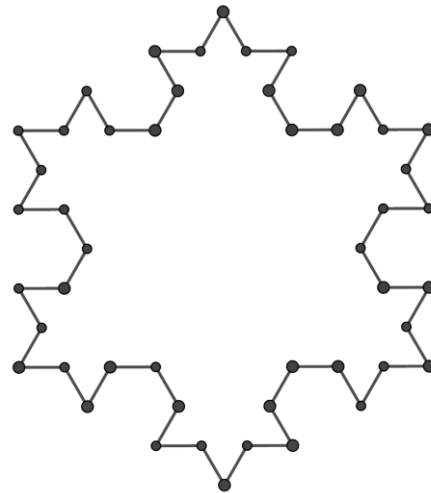
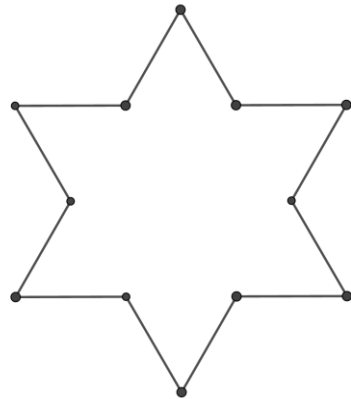
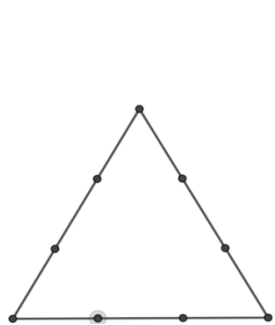


<http://www.jrm2019.pl/fraktal-na-100-lecie/trojkat sierpińskiego/>



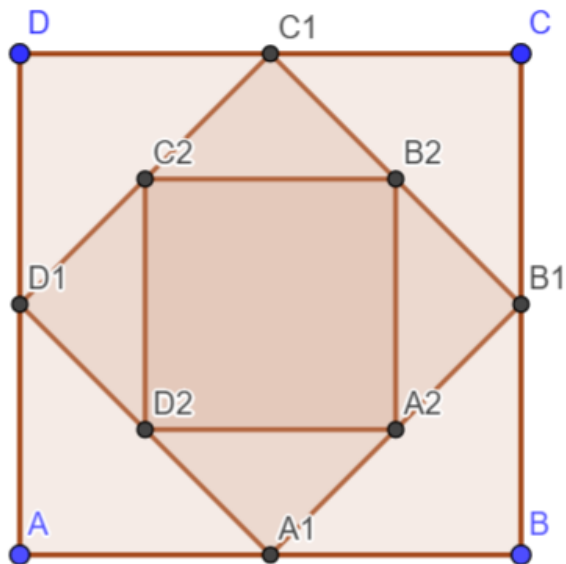
π

Fraktale

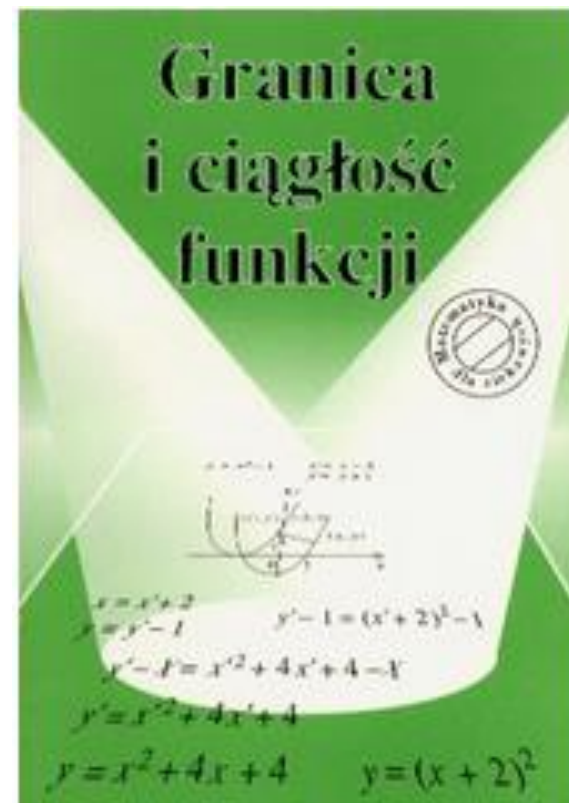


Chronowski A., Kąkol H., Powązka Z., *Granica i ciągłość funkcji*, Bielsko-Biała 1998

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości a . Łącząc odcinkami środki A_1, B_1, C_1, D_1 boków kwadratu $ABCD$, otrzymujemy kwadrat $A_1B_1C_1D_1$, wpisany w kwadrat $ABCD$. Obliczmy pole P_1 kwadratu $A_1B_1C_1D_1$. W kwadrat $A_1B_1C_1D_1$ analogicznie wpisujemy kwadrat $A_2B_2C_2D_2$ i obliczamy pole P_2 kwadratu $A_2B_2C_2D_2$.

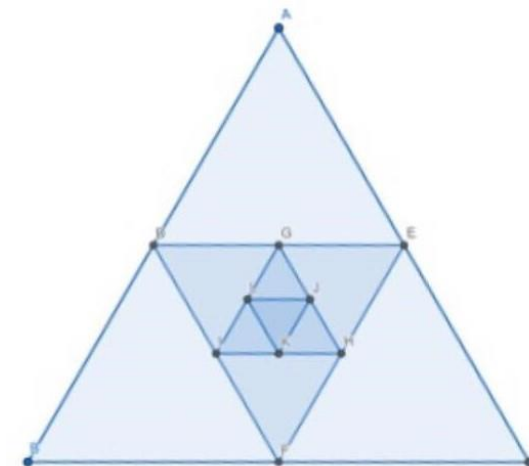
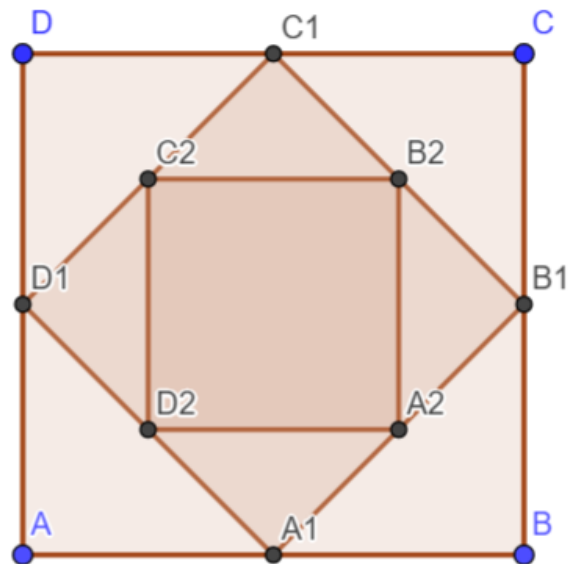


Opisany proces wpisywania kwadratów powtarzamy n -razy, gdzie $n \in \mathbb{N}$ i obliczamy pole P_n otrzymanego kwadratu w n -tym etapie tego procesu. Oblicz pole P_n kwadratu otrzymanego w n -tym etapie

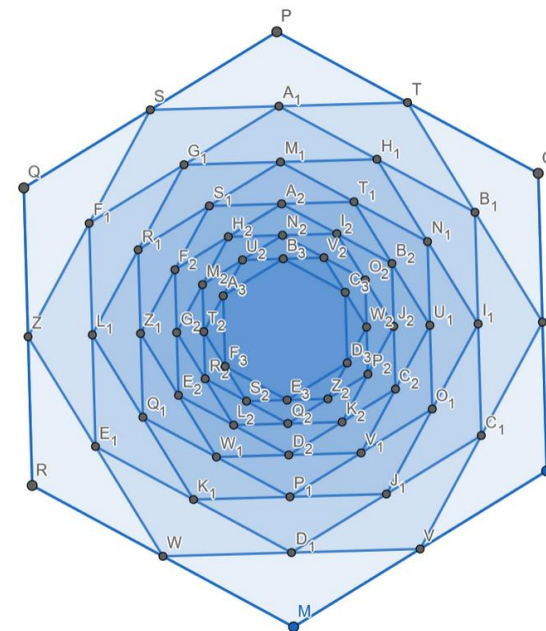


Chronowski A., Kąkol H., Powązka Z., *Granica i ciągłość funkcji*, Bielsko-Biała 1998

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości a . Łącząc odcinkami środki A_1, B_1, C_1, D_1 boków kwadratu $ABCD$, otrzymujemy kwadrat $A_1B_1C_1D_1$, wpisany w kwadrat $ABCD$. Obliczmy pole P_1 kwadratu $A_1B_1C_1D_1$. W kwadrat $A_1B_1C_1D_1$ analogicznie wpisujemy kwadrat $A_2B_2C_2D_2$ i obliczamy pole P_2 kwadratu $A_2B_2C_2D_2$.



Opisany proces wpisywania kwadratów powtarzamy n -razy, gdzie $n \in \mathbb{N}$ i obliczamy pole P_n otrzymanego kwadratu w n -tym etapie tego procesu. Oblicz pole P_n kwadratu otrzymanego w n -tym etapie



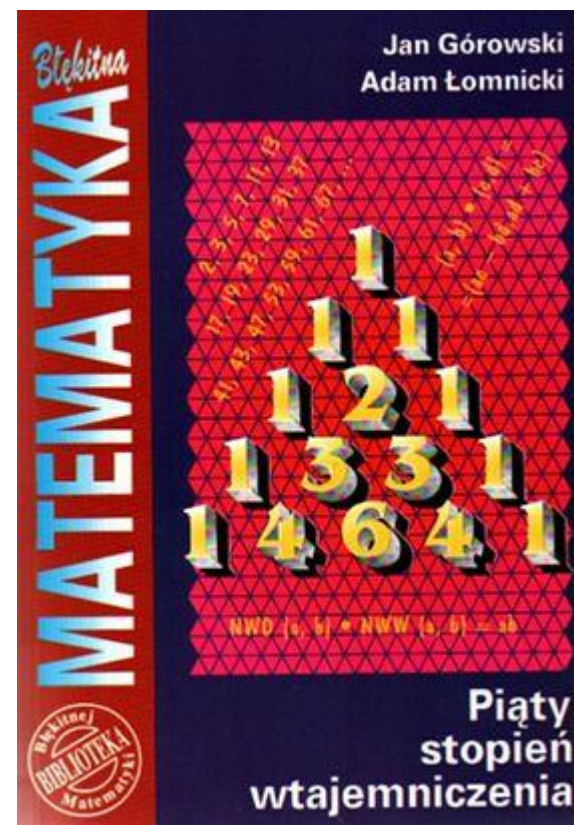
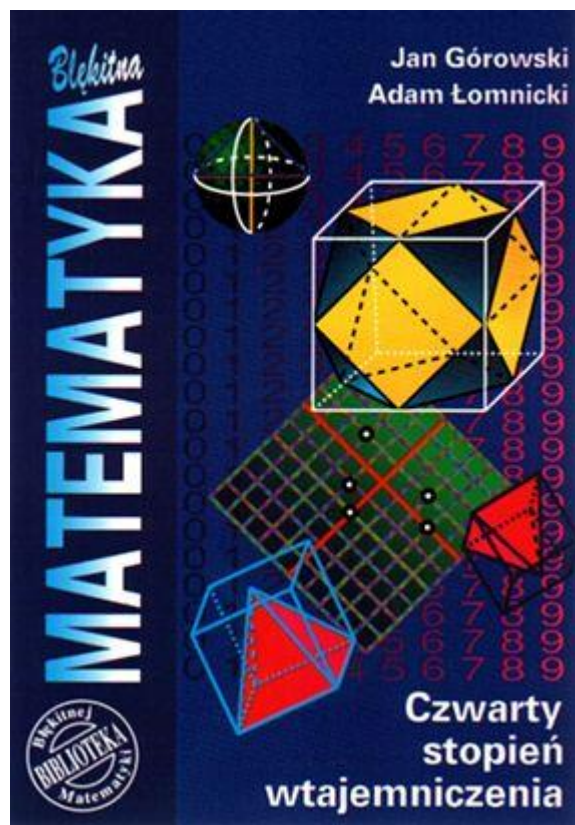
Fraktale

- › <https://www.geogebra.org/m/hvqBtk2n#material/UVRVNddH>
- › <https://www.geogebra.org/m/hvqBtk2n#material/HT3JZhw7>
- › <https://www.geogebra.org/m/hvqBtk2n#material/P3NQxxMS>
- › <https://www.geogebra.org/m/hvqBtk2n#material/HqT7fQmy>

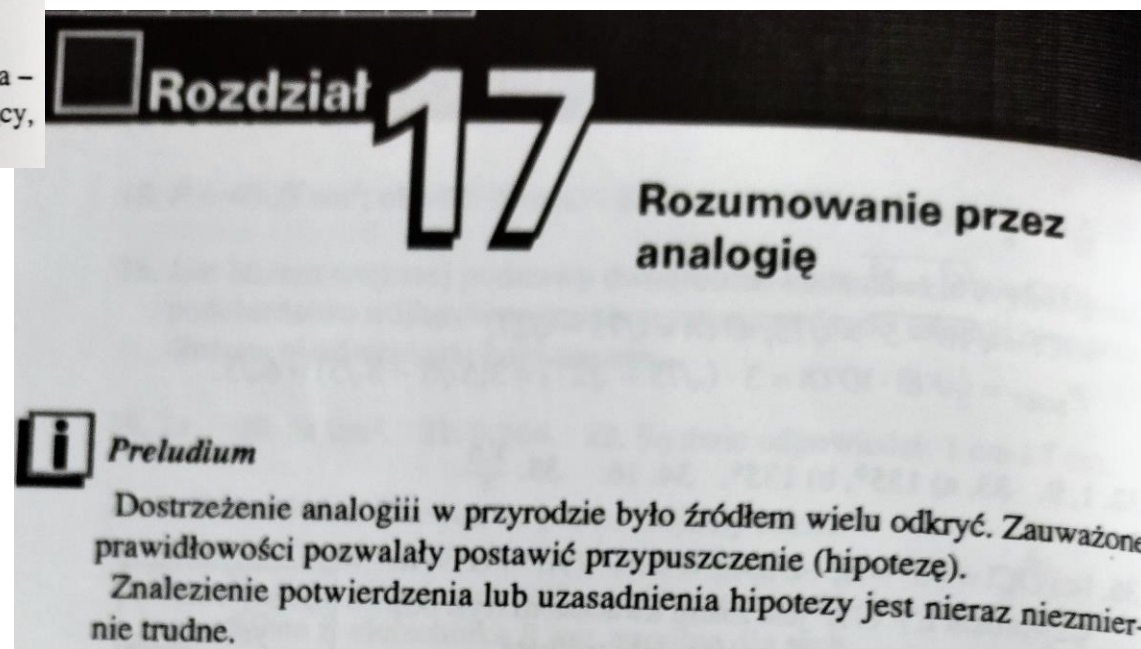
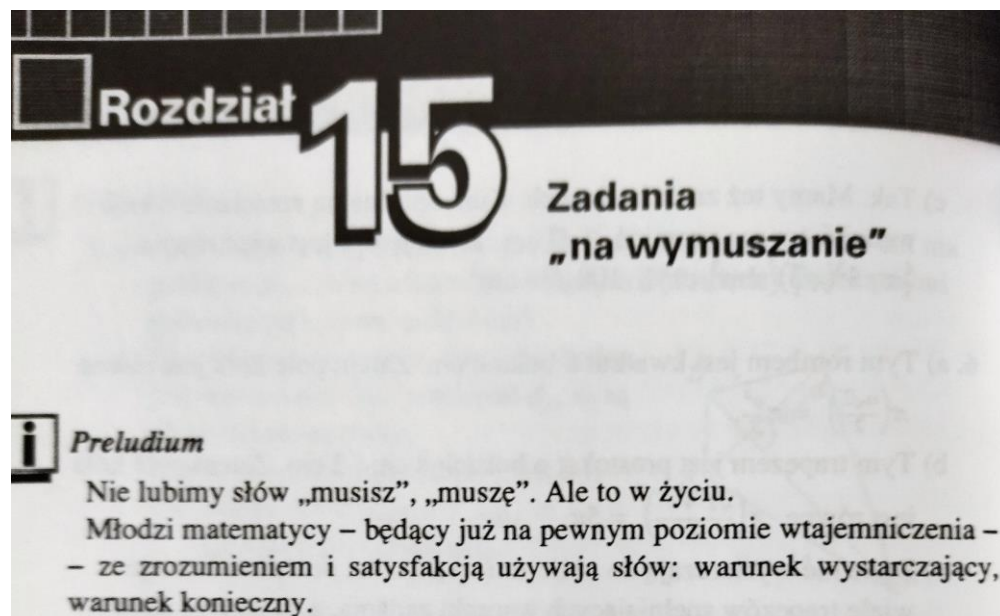
aplety Jerzy Mil

π

Inspiracje...



J. Górowski, A. Łomicki, *Czwarty stopień wtajemniczenia – Błękitna matematyka*



„osiągnięcie łatwości w dalszym zdobywaniu wiedzy matematycznej jest możliwe nie tylko dlatego, że przerabiamy olbrzymią ilość zadań typowych lub uczymy się z wyprzedzeniem, na przykład czytamy podręczniki dla starszych uczniów.

Wydaje się, że bardziej korzystne jest:

J. Górowski,
A. Łomicki,
*Czwarty stopień
wtajemniczenia
– Błękitna
matematyka*

- przyzwyczajanie się do tego, że zadania matematycznego nie musimy połykać jak pastylki, nieraz można mieć wiele satysfakcji ze zmagania się z zadaniem, nawet przez wiele godzin lub dni,
- stawianie problemów i podejmowanie prób ich rozwiązywania od rozwiązywania zadań standardowych,
- tworzenie planów rozwiązania zadania od drobiazgowej realizacji tych planów, chociaż i tym razem nie zaprzeczamy, iż istnieje konieczność szczegółowego rozwiązywania co pewien czas zadań, przede wszystkim tych mniej typowych, do „końca”,
- mówienie o tym co robimy, dlaczego w ten sposób, dlaczego nie inaczej, od na przykład recytowania definicji, chociaż nie negujemy tego, że znajomość definicji jest konieczna,
- rozwiązywanie zadań sformułowanych w sposób mniej typowy od ćwiczenia charakterystycznych zachowań w sytuacjach podpadających pod pewien schemat, chociaż nie odrzucamy tego, że warto dostrzegać sytuacje analogiczne i rozpoznawać sytuacje typowe, schematyczne,
- poświęcenie większej ilości czasu na rozwiązanie jednego zadania kilkoma sposobami, „przedłużanie” tego zadania, od konkursu typu ten lepszy, kto więcej rozwiąże,